

Тема 1. Основные уравнения аэродинамики

Воздух рассматривается как совершенный газ (реальный газ, молекулы, которого взаимодействуют только при соударениях) удовлетворяющий уравнению состояния (Менделеева – Клайперона):

$$p = \rho RT,$$

где $R = 287,05$ Дж/(кг К) – удельная газовая постоянная для высот до 94 км и при температуре $T < 450$ К.

Плотность газа — масса **газа** на единицу объема.

Силы, действующие на сплошную среду, подразделяются на массовые и поверхностные.

Массовые силы действуют на каждую частицу массы среды, независимо от наличия соседних частиц (например, сила тяжести, сила инерции). Эти силы пропорциональны массе частицы и определяются по второму закону Ньютона.

Поверхностные силы действуют на поверхность, ограничивающую объем со стороны окружающей внешней среды (например, сила трения). Эти силы распределены по поверхности непрерывно и пропорциональны единице площади. Равнодействующая этих сил – аэродинамическая сила R_a и пара сил с аэродинамическим моментом M_a .

$$\vec{R}_a = \int_{\Sigma} (\vec{p}_n + \vec{\tau}_n) dS,$$

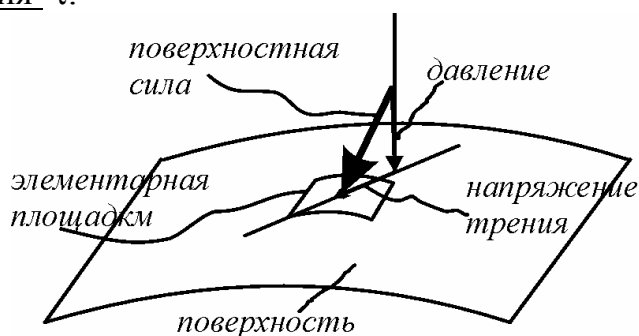
$$\vec{M}_a = \int_{\Sigma} [r \times (\vec{p}_n + \vec{\tau}_n)] dS,$$

где Σ - вся обтекаемая поверхность,

dS – элементарная площадка,

r – радиус-вектор элемента поверхности dS , проведенный из точки, относительно которой вычисляется момент.

Отнесенную к единице площади поверхностную силу называют напряжением. Напряжение можно разложить на касательную и нормальную составляющую к элементарной площадке. Нормальное напряжение называется давлением p_n , касательное напряжение обусловлено трением и называется напряжением трения τ .



Распределение в потоке (в частности, на границе между средой и твердым телом) нормальных и касательных напряжений определяет динамическое взаимодействие тела и потока.

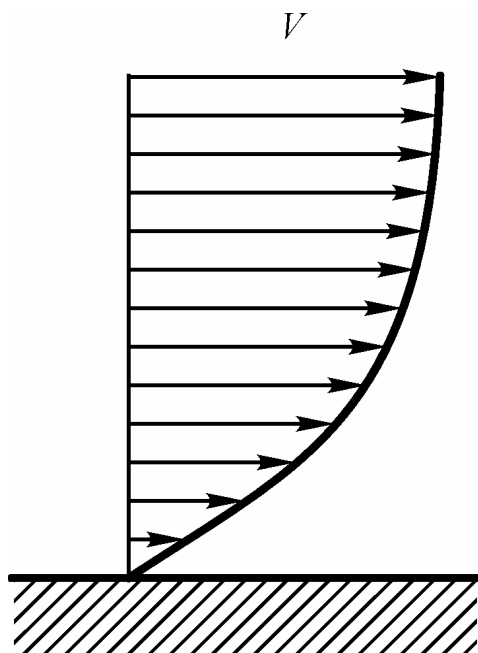
Вязкость

Вязкость – это свойство всех реальных жидкостей оказывать сопротивление относительному сдвигу частиц, т.е. изменению формы (но не объема).

Рассмотрим обтекание неподвижной поверхности потоком вязкой среды.

Как было показано ранее, скорость газа на стенке равна скорости стенки. Скорость неподвижной поверхности равна 0, следовательно, скорость тонкого слоя газа, непосредственно прилегающего к поверхности также равна 0. Очевидно, что на достаточно большом расстоянии от стенки, влияние стенки на поток перестанет сказываться. Что же будет происходить «посередине»?

Разделим условно поток по вертикали к поверхности на отдельные слои. Каждый слой будет обладать своим количеством движения или импульсом (mV). Вследствие свойства диффузии будет происходить постоянный обмен количеством движения между слоями. В этом случае слой, находящийся ближе к поверхности будет двигаться с меньшей скоростью, чем смежный с ним слой, расположенный выше. Нижний слой будет оказывать сопротивление верхнему слою. В этом явлении проявляется вязкость воздуха, т.е. его способность сопротивляться сдвигу слоев, их относительному перемещению.



Профиль скоростей потока вблизи поверхности

При таком взаимодействии слоев (из-за трения) между ними возникают касательные напряжения τ , которые пропорциональны приращению скорости набегающего потока по нормали к поверхности:

$$\tau = \mu \frac{\Delta V_x}{\Delta y},$$

где μ – коэффициент динамической вязкости, [Па · с]; зависит от природы жидкости, его агрегатного состояния, температуры, не зависит от давления, V_x – скорость набегающего потока [м/с].

При увеличении температуры в капельных жидкостях увеличивается частота колебаний молекул, а силы взаимодействия между ними уменьшаются, следовательно, вязкость уменьшается.

В газах трение обусловлено переносом направленного количества движения молекул при их тепловом хаотическом движении. При увеличении температуры повышается скорость хаотического движения молекул газа и число соударений. Увеличивается перенос количества движения и вязкость газа.

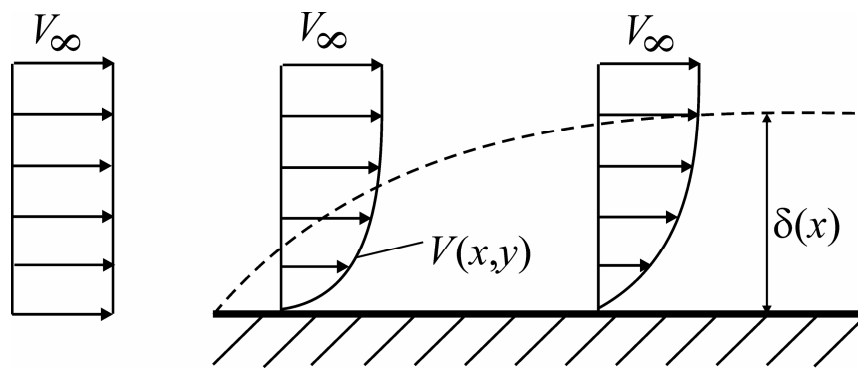
Если коэффициент динамической вязкости разделить на плотность воздуха ρ , то получится коэффициент кинематической вязкости:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \cdot [\text{м}^2/\text{с}]$$

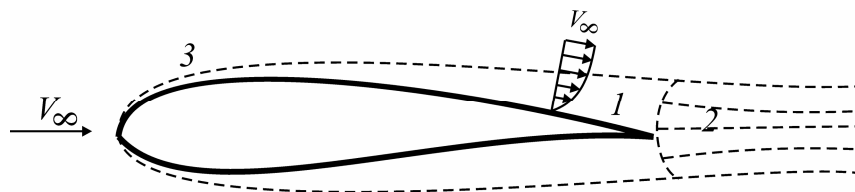
Кинематическая вязкость зависит от высоты полета. При ее увеличении кинематическая вязкость растет.

Понятие пограничного слоя

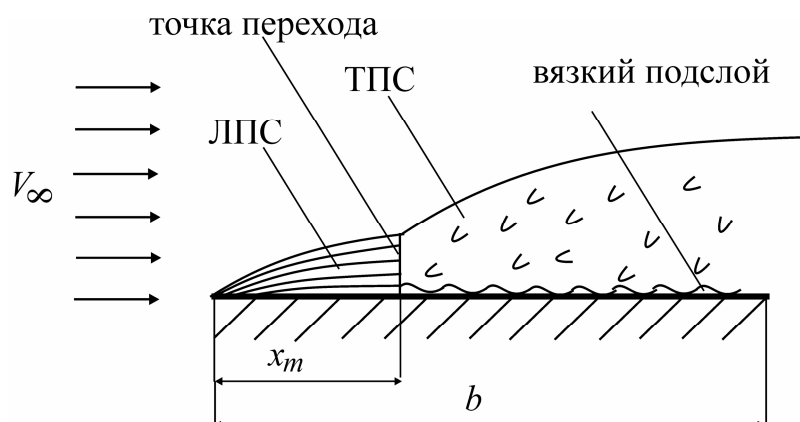
Рассмотрим обтекание вязкой жидкостью плоской пластины, расположенной под нулевым углом атаки к потоку. Как уже объяснялось, частицы жидкости, проходящие близко к поверхности будут тормозиться за счет вязкости и наличия трения. Скорость частиц на стенке равна скорости самой стенки, то есть 0. Вдали от стенки скорость будет такой же, как и в невозмущенном потоке. Таким образом, получаем, что вблизи пластины есть некий тонкий слой жидкости, в котором скорость изменяется от 0 на стенке до значения 0.99 от скорости набегающего потока. Этот слой называется пограничным слоем. Границей этого слоя является воображаемая поверхность, на которой скорость частиц ПС становится равной скорости набегающего потока. Расстояние от тела до этой поверхности называется толщиной ПС и обозначается δ . Толщина ПС увеличивается по мере удаления от носка тела, так увеличивается количество заторможенной жидкости.



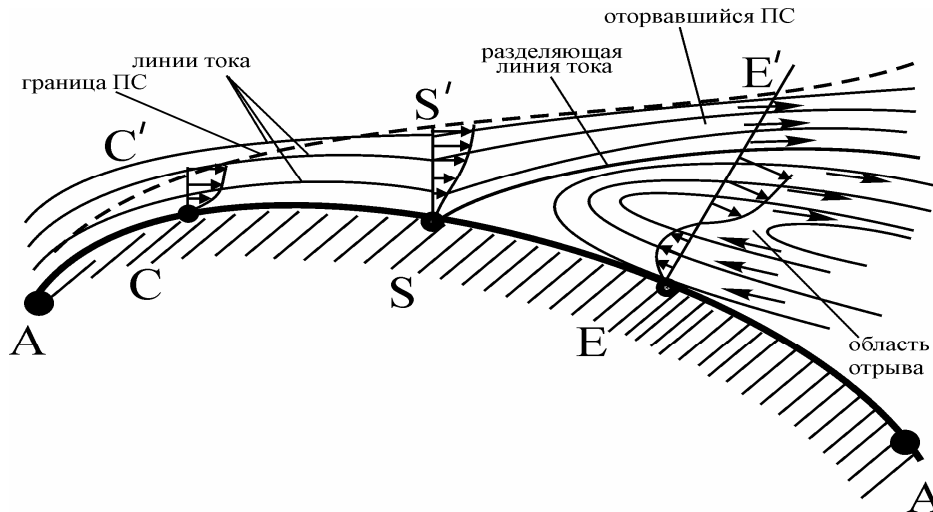
При обтекании тела вязким потоком всю область вокруг тела можно условно разделить на три части. Область 1 – это тонкий ПС, в котором градиент скорости по нормали к поверхности высок, и здесь необходимо учитывать силы трения. Область 2 – это спутный след. Он возникает из-за того, что скорости частиц ПС, стекающего с тела, меньше скорости невозмущенного потока. В этой области нестационарное течение с образованием вихрей. Область 3 – это все остальное пространство, в которой жидкость можно считать идеальной, а движение отдельных частиц – без вращения. Таким образом, законы течения вязкой жидкостью необходимо применять только к областям 1 и 2.



Обычно ПС на теле бывает смешанным: на носовой части он ЛПС, а затем, потеряв устойчивость, на остальной части тела становится - ТПС. Переход от ЛПС к ТПС происходит в некоторой области, называемой переходной. Однако для удобства расчетов будем считать, что переход происходит мгновенно, в некоторой точке, называемой точкой перехода. Положение x_m точки перехода на пластине зависит от скорости набегающего потока и вязкости.



Отрыв ПС



Пограничный слой не всегда прилегает к обтекаемой поверхности на всем ее протяжении. В реальных условиях он может отойти от поверхности, не доходя до кормовой части тела. Такое течение называют отрывным.

Рассмотрим причины отрыва ПС в плоскопараллельном потоке, обтекающем криволинейную поверхность AA . Минимум давления располагается в сечении CC' , где скорость максимальна (минимальное сечение струйки). Вниз по течению сечение струйки увеличивается, скорость падает, давление возрастает: $\partial p / \partial x > 0$ (положительный градиент давления). Частицы ПС, перемещаясь вниз от сечения CC' , переходят из области с меньшим давлением в область с большим давлением. Для такого перехода необходимо затратить энергию – кинетическую энергию частиц. Следовательно, скорость частиц на поверхности AA ниже сечения CC' будет уменьшаться. Частицы, движущиеся вблизи стенки, имеют меньшую скорость, меньшую кинетическую энергию и, следовательно, быстрее ее израсходуют и затормозятся (сечение SS'). Ниже этого сечения частицы уже не смогут преодолеть повышающееся давление (так как у них нет кинетической энергии). Это вызовет у поверхности тела обратное движение частиц навстречу основному потоку. В результате этого поток отделится от поверхности, произойдет *отрыв потока*. Линию тока, отделяющую течение в области отрыва от основного течения, называют *разделяющей линией тока*, а точку S – *точкой отрыва ПС*.

В точке отрыва $\left(\frac{\partial V_x}{\partial y}\right)_{y=0} = 0$, напряжение трения на стенке равно 0.

Представленная схема позволяет установить, что отрыв ПС вызван совместным действием вязкости и положительного градиента давления. Очевидно также, что увеличение кинетической энергии частиц в пристеночной части ПС сместит точку отрыва вниз по потоку. Поэтому ТПС менее склонен к отрыву, чем ЛПС.

После отрыва ПС изменяется обтекание тела внешним потоком и происходит отрыв потока. Отрыв потока приводит к изменению распределения давления по поверхности тела, что вызывает уменьшение подъемной силы

крыла и увеличение лобового сопротивления за счет сил давления, которые значительно превосходят силы трения.

Уравнение неразрывности (постоянства расхода)

Это закон сохранения массы для движущегося воздуха.

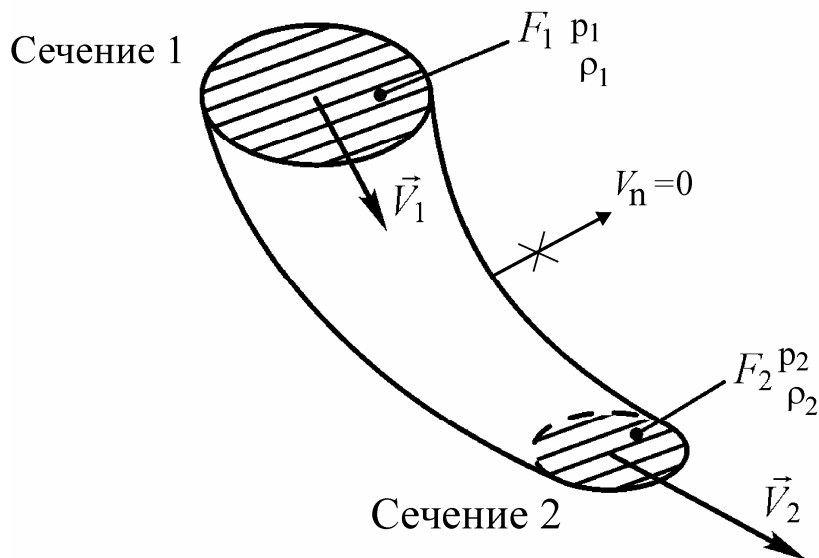
Рассмотрим изменение массы среды при течении в струйке между сечениями 1 и 2, нормальными к ее оси. Введем понятие секундной массы, то есть массы, протекающей через данное сечение за 1 с. В случае установившегося течения в элементарной струйке нет массообмена с другими струйками (скорость в струйке касательна к ее стенкам, нормальная составляющая скорости равна 0). Поэтому в любом сечении струйки секундная масса будет постоянна:

$$m_1 = m_2 = const$$

В случае, если распределение параметров среды по площади сечения постоянно, то масса воздуха, протекающая через сечение 1 за единицу времени: $m_1 = \rho_1 V_1 F_1$.

Через сечение 2 : $m_2 = \rho_2 V_2 F_2$.

$$\text{Тогда: } \rho_1 V_1 F_1 = \rho_2 V_2 F_2 = const = \rho VF . \quad (1)$$



Это уравнение выражает постоянство массового расхода в струйке, а также то обстоятельство, что во время движения объем, занятый любой частью среды, заполнен ею без пустот и разрывов между отдельными ее частицами, поэтому уравнение (1) и называется уравнением неразрывности.

Для несжимаемой среды (где $\rho = const$):

$$VF = const . \quad (2)$$

Уравнение (2) физически означает постоянство объемного расхода.

Уравнения массового, весового или объемного расхода используются на практике для определения скорости движения газа по каналу, трубе или соплу. В этих случаях для перехода от струйки к потоку конечных размеров вводится значение средней скорости в сечении потока.

Уравнение Бернулли

Важное место в аэродинамике отводится также закону сохранения энергии, который используется для получения взаимосвязи давления и скорости воздуха в струе. Этот закон сохранения выражается уравнением Бернулли для струйки в идеальной сплошной среде.

На рис. показана струйка при виде сбоку. Рассмотрим относительно некоторого уровня баланс энергии масс воздуха, проходящих через сечения 1 и 2 за одинаковый промежуток времени Δt . Движение воздуха в струйке будем считать установившимся, а сжимаемость и трение учитывать не будем.

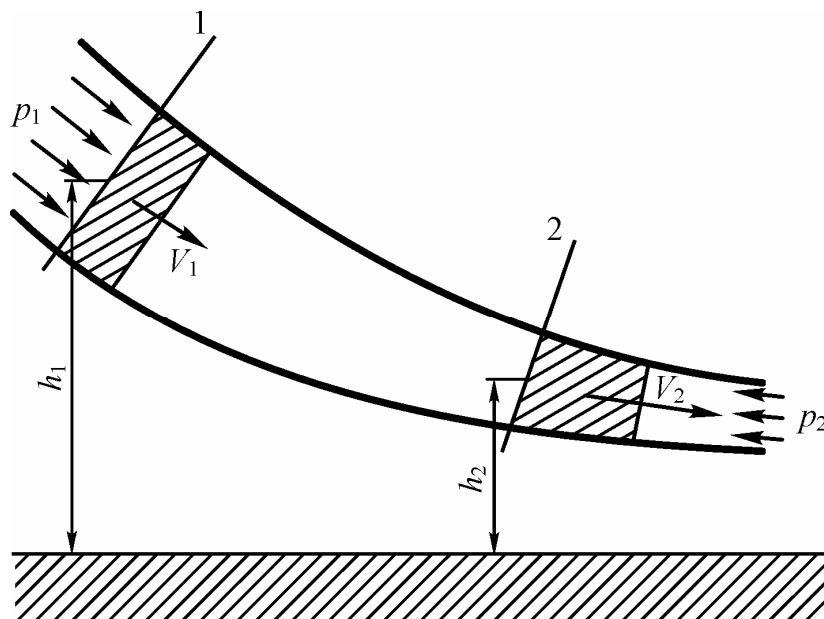
Выделим для рассмотрения некоторую массу воздуха m , проходящую через сечение 1 со скоростью V_1 за время Δt . Эта масса обладает кинетической энергией, равной $E_K = \frac{mV_1^2}{2}$ и имеет потенциальную энергию, равную работе силы тяжести $E_{nl} = mgh_1$.

Кроме этого, на рассматриваемую массу воздействует сила давления воздуха p_1F_1 , лежащего выше сечения 1, поэтому необходимо также учесть работу, совершаемую этой силой. Работа, как известно, равна произведению силы на перемещение, которое в данном случае можно вычислить, умножив скорость V_1 на промежуток времени Δt , в течение которого рассматриваемая масса воздуха проходит через сечение 1:

$$A_1 = p_1F_1V_1\Delta t.$$

Согласно закону сохранения суммарная энергия рассматриваемой массы воздуха $E_\Sigma = E_K + E_n + A$ при прохождении ею сечения 2 не изменится, поэтому можно записать:

$$p_1F_1V_1\Delta t + \frac{mV_1^2}{2} + mgh_1 = p_2F_2V_2\Delta t + \frac{mV_2^2}{2} + mgh_2. \quad (3)$$



Из уравнения неразрывности следует, что массы газа, проходящие через сечения 1 и 2 одинаковы, поток несжимаем (плотность постоянна), следовательно, равны объемы газа, проходящие через эти сечения.

$$F_1 V_1 \Delta t = F_2 V_2 \Delta t. \quad (4)$$

Поделим уравнение (3) на уравнение (4) и получим:

$$p_1 + \frac{\rho V_1^2}{2} + \rho g h_1 = p_2 + \frac{\rho V_2^2}{2} + \rho g h_2. \quad (5)$$

Или:

$$p + \frac{\rho V^2}{2} + \rho g h = \text{const}. \quad (6)$$

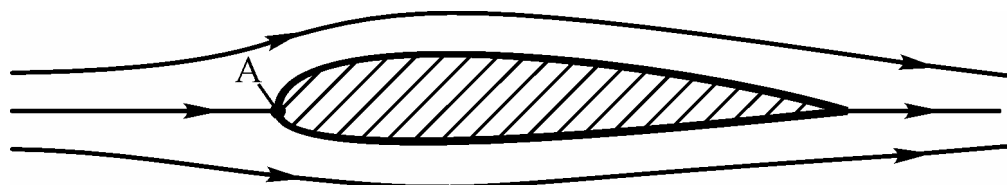
Мы получили уравнение Бернулли для газа без учета сжимаемости. Если пренебречь действием силы тяжести или предположить, что движение воздуха происходит в горизонтальной плоскости ($h = \text{const}$), то потенциальная энергия рассматриваемой массы воздуха не изменится, и из выражения (6) произведение $\rho g h$ можно исключить:

$$p + \frac{\rho V^2}{2} = \text{const}. \quad (7)$$

Слагаемое p называется статическим давлением, а слагаемое $\frac{\rho V^2}{2}$ – динамическим давлением (или скоростным напором). Сумма же статического и динамического давлений называется полным давлением и обозначается p_0 :

$$p_0 = p + \frac{\rho V^2}{2} = \text{const}. \quad (8)$$

При внимательном рассмотрении уравнения Бернулли можно заметить, что при увеличении скорости потока динамическое давление будет расти, а статическое соответственно – падать, т.к. их сумма изменяться не должна. Так, при обтекании тела набегающим потоком воздуха (рис.) на его носке существует точка A (критическая точка), в которой скорость потока из-за полного торможения равна 0. В этой точке динамическая составляющая равна нулю, а статическое давление максимально и равно полному давлению. В любой другой точке поверхности тела скорость потока будет больше 0, а это значит, что статическое давление будет меньше, чем в критической точке. Давление в критической точке называется давлением торможения.



Таким образом, закон Бернулли можно сформулировать так.

В несжимаемом газе вдоль линии тока сумма статического и динамического давлений есть величина постоянная равная полному давлению (или давлению торможения).

Уравнение Б. для сжимаемого газа можно вывести из выражения, называемого интегралом Б.:

$$\frac{V^2}{2} + \int \frac{dp}{\rho} = const. \quad (9)$$

Для сжимаемого газа (плотность не постоянна) уравнение адиабаты

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = const.,$$

откуда $\rho = Cp^{\frac{1}{\gamma}}.$

Из интеграла Б. выразим второе слагаемое и подставим в него выражение для плотности из уравнения адиабаты:

$$\int \frac{dp}{\rho} = \frac{1}{C} \int \frac{dp}{p^{\frac{1}{\gamma}}} = \frac{1}{C} \int p^{\frac{-1}{\gamma}} dp = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} + const. \quad (10)$$

Подставим (10) в (9) и получим уравнение Б. для сжимаемого газа:

$$\frac{V^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} = const. \quad (11)$$

Сформулировать закон Б. в этом случае можно так:

В установившемся движении сжимаемого газа сумма кинетической энергии, потенциальной энергии давления и внутренней энергии единицы массы вдоль струйки тока не изменяется.

На уравнении Б. основаны принципы действия множества приборов в различных областях науки и техники: измерители скорости и расхода жидкости и газа, эжекторы, вентиляторы, насосы и др.

Трубка Пито – Прандтля или приемник воздушного давления (ПВД)

