

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ**

---

**Ефимова М.Г.**

**ГИДРОГАЗОДИНАМИКА**

Учебно-методическое пособие  
по выполнению практических занятий

*для студентов  
специальности 25.05.05*

**Москва-2020**



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ**

---

**Кафедра аэродинамики, конструкции и прочности  
летательных аппаратов  
Ефимова М.Г.**

**ГИДРОГАЗОДИНАМИКА**

Учебно-методическое пособие  
по выполнению практических занятий

*для студентов  
специальности 25.05.05*

**Москва-2020**

Рецензент: д-р техн. наук Кубланов М.С.

Ефимова М.Г.

Гидрогазодинамика: Учебно-методическое пособие для практических занятий - М.: МГТУ ГА, 2020. 20 с.

Данное пособие издается в соответствии с учебным планом для студентов направления 25.05.05.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 20.01.2020 г. (протокол № 6) и методического совета 22.01.2020 г. (протокол № 4).

**СОДЕРЖАНИЕ**

Введение .....	4
Литература.....	4
Практическое занятие 1 Основные параметры и свойства воздуха .....	5
Практическое занятие 2 Основные уравнения гидрогазодинамики.....	6
Практическое занятие 3 Методы определения скорости воздушного потока ..	8
Практическое занятие 4 Кинематика сплошной среды .....	13
Практическое занятие 5 Аэродинамическое подобие .....	16
Практическое занятие 6 Течение газов с большими скоростями .....	17
Практическое занятие 7 Скачки уплотнения.....	18
Практическое занятие 8 Пограничный слой.....	20
Практическое занятие 9 Напряжение трения плоской пластины .....	21
Приложение 1 .....	24

## Введение

Настоящее пособие содержит в себе основные теоретические сведения, методические указания и тексты задач для проведения практических занятий по дисциплине «Гидрогазодинамика».

Практические занятия призваны помочь закреплению теоретического материала и получению знаний прикладного характера по основным разделам изучаемого курса.

Отчет по практическому занятию должен содержать номер и название практического занятия, основные теоретические положения и формулы, задачи должны иметь номер, краткое условие, решение и ответ. Все записи должны быть выполнены ручкой, а чертежи и графики (если они есть) – карандашом.

Отчет по практическому занятию должен содержать все решенные на занятии задачи. В конце занятия он предоставляется преподавателю на подпись. Студенты, пропустившие занятия по уважительной причине, должны получить у преподавателя задание для отработки. Студенты, пропустившие и не отработавшие хотя бы одно занятие, не допускаются к сдаче дифференцированного зачета.

## Литература

1) Гарбузов В.М., Ермаков А.Л., Кубланов М.С., Ципенко В.Г. Аэромеханика. Учебник для вузов. М.: Транспорт, 2000.- 287 с.

2) Кубланов М.С. Гидрогазодинамика: Учебное пособие. – М.: МГТУ ГА, 2013. - 80 с.

## Практическое занятие 1

### Основные параметры и свойства воздуха

Стандартная атмосфера — это условная атмосфера с осредненными значениями параметров воздуха по высотам. Она представляет собой таблицы с основными параметрами воздуха, изменяющимися в зависимости от высоты. Эти параметры могут быть также рассчитаны по эмпирическим формулам, различным для тропосферы и стратосферы.

Формулы для расчета параметров воздуха в тропосфере:

$$t_H = t_0 - 0,0065H;$$

$$p_H = p_0 \left(1 - \frac{H}{44300}\right)^{5,256}; \quad \rho_H = \rho_0 \left(1 - \frac{H}{44300}\right)^{4,256}.$$

Воздух рассматривается как совершенный газ (реальный газ, молекулы, которого взаимодействуют только при соударениях) удовлетворяющий уравнению состояния (Менделеева – Клайперона):

$$p = \rho RT,$$

где  $R = 287,05$  Дж/(кг К) – удельная газовая постоянная для высот до 94 км и при температуре  $T < 450$  К.

Два основных свойства воздуха – это вязкость и сжимаемость.

Вязкость (внутреннее трение) – свойство текучих тел (жидкостей и газов) оказывать сопротивление перемещению одной их части относительно другой. Мерой вязкости служит коэффициент динамической вязкости  $\mu$ . Размерность  $\mu$  в единицах СИ  $[\mu] = \text{Па}\cdot\text{с}$ . Наряду с  $\mu$  в аэродинамике используют кинематическую вязкость  $\nu$  (размерность  $[\nu] = \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$ ), вычисляемую по форму-

$$\text{ле } \nu = \frac{\mu}{\rho}.$$

Сжимаемость – способность воздуха изменять плотность (или объем) при изменении давления или температуры. Мерой сжимаемости среды является скорость распространения звуковых волн в данной среде:

$$a = \sqrt{k \frac{p}{\rho}} = \sqrt{kRT}.$$

При рассмотрении явлений в движущемся потоке пользуются критерием сжимаемости воздуха, которым является число Маха - отношение скорости потока  $V$  к скорости звука  $a$  при данных условиях:

$$M = \frac{V}{a}.$$

**Задачи:**

1. Определить динамическую вязкость воздуха на высоте 0 м, 2500 м, 7000 м. Сделать вывод о характере и причинах изменения динамической вязкости с высотой.
2. Определить, начиная с какой температуры скорость звука превысит значение 327 м/с в газе, показатель адиабаты которого равен 1,33.
3. Верно ли, что скорость звука 323,8 м/с соответствует высоте полета 4270 м в воздушной среде?
4. Определить плотность воздуха, если при давлении  $0,86 \times 10^5$  Па его температура равна 299 К.
5. Рассчитать относительную погрешность определения плотности воздуха на высоте 3500 м по таблицам МСА и формулам.
6. ЛА движется с числом Маха 0,7, при этом его скорость составляет 750 км/ч. Определите динамическую и кинематическую вязкость воздуха на этой высоте.
7. На высоте движения ЛА кинематическая вязкость  $3,53 \times 10^{-5}$  м<sup>2</sup>/с. Определите, на какой высоте движется ЛА, а также его скорость, если число Маха составляет 0,8.

## Практическое занятие 2

### Основные уравнения гидрогазодинамики

Закон сохранения массы в гидрогазодинамике называется уравнением неразрывности и имеет вид:

$$m = \rho VF = \text{const} ,$$

где  $m$  – масса воздуха, протекающего через поперечное сечение струйки в единицу времени;

$\rho$  – плотность воздуха в данном сечении струйки;

$V$  – скорость воздуха в данном сечении струйки;

$F$  – площадь поперечного сечения струйки.

Для малых скоростей течения (при  $M < 0,3$ ) можно принять, что воздух несжимаем, т.е. плотность воздуха не меняется от сечения к сечению ( $\rho = \text{const}$ ). Тогда

$$V_1 F_1 = V_2 F_2 .$$

Для установившегося потока можно получить уравнение массового расхода  $\dot{m} = \rho VF = \text{const}$  (расход массы через сечение площадью  $F$  в единицу времени).

Закон сохранения энергии в гидрогазодинамике называется уравнением Бернулли.

$$p_0 = p + \frac{\rho V^2}{2} = \text{const} ,$$

где  $p_0$  – полное давление (сумма статического и динамического давлений).



**Задачи:**

1. Как изменится массовый расход через аэродинамическую трубу малых скоростей, если температура воздуха возрастет?
2. В эксперименте водяной U-образный манометр, присоединенный и приемнику воздушного давления, показал 300 мм. Определить скорость воздушного потока.
3. Определить скорости в сечениях 1 и 2 осесимметричного канала, если известно, что  $p_1 = 10^5$  Па,  $d_1 = 4,5$  м,  $p_2 = 9,4 \times 10^4$  Па,  $d_2 = 1,4$  м (рис. 1).

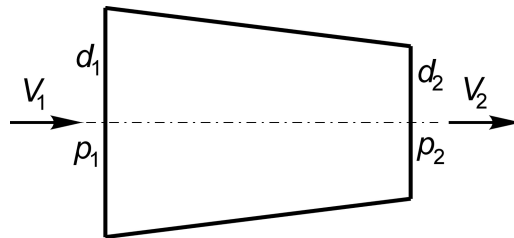


Рис. 1.

4. Определить давление на верхней поверхности профиля крыла в точке, где скорость равно 96 м/с, если скорость полета на высоте 1000 м равна 200 км/ч.
5. Вентилятор всасывает атмосферный воздух через кольцевую трубу с внутренним диаметром  $d_1 = 150$  мм и внешним диаметром  $d_2 = 300$  мм. Статическое давление воздуха в трубке измеряется с помощью водяного манометра, причем разность уровней равна  $\Delta h = 280$  мм. Атмосферное давление равно  $p = 10^5$  Па, а плотность воздуха  $\rho = 1,19$  кг/м<sup>3</sup>. Найти массовый расход воздуха.
6. Определить массовый расход воздуха через входное устройство аэродинамической трубы, если диаметр выхода  $d_2 = 3$  м, полное давление  $p_0 = 0,95 \times 10^5$  Па, а условия на входе – стандартные (см. рис. 1).
7. Определить давление в выходном сечении диаметром 0,6 м аэродинамической трубы, имеющей объемный расход 20 м<sup>3</sup>/с на высоте  $H = 0$  (см. рис. 1).
8. При каком показании ртутного U-образного манометра, присоединенного к приемнику воздушного давления, измеренная скорость воздушного потока будет равна 80 м/с? Плотность ртути  $\rho = 13,6 \times 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.
9. Определить массовый расход воздуха через сопло аэродинамической трубы на земле при стандартных атмосферных условиях, если диаметр входа в сопло равен 2 м, диаметр выхода равен 1,2 м, давление на входе в сопло 99000 Па, а давление на выходе из сопла 96000 Па.
11. Определить скорость несжимаемого воздушного потока, если давление торможения равно 99500 Па, статическое давление равно 97400 Па при температуре 12° С.
12. Определить скорость полета самолета, если давление на высоте 3000 м в критической точке фюзеляжа равно  $70,5 \times 10^4$  Па.

## Практическое занятие 3

### Методы определения скорости воздушного потока

#### 1. Цель работы.

Ознакомление с методами определения скорости воздушного потока в аэродинамической дозвуковой трубе.

#### 2. Приборы и оборудование для аэродинамических экспериментов.

Теория и эксперимент связаны в аэродинамике, как, может быть, ни в одной другой науке. В период бурного развития аэродинамических знаний эти два направления развивались параллельно, мало соприкасаясь друг с другом. Фундаментальная наука в виде законов движения воздуха, законов сохранения материи и энергии при взаимодействии тел с воздушным потоком и т.д. рождалась в кабинетах ученых, и в то же время появлялись люди, которые пытались реализовать стремление человека подняться в воздух, не дожидаясь никаких научных объяснений. Появление аэродинамического эксперимента позволило подтвердить основные законы аэродинамики, наблюдать действительную картину обтекания тел воздушным потоком, уточнить расчетные аэродинамические характеристики.

Ведущую роль в экспериментальной аэродинамике играют опыты с применением *аэродинамических труб* - устройств, позволяющих смоделировать условия обтекания тела газовым потоком. Помещая в поток исследуемое тело, можно определить действующие на него аэродинамические нагрузки, тепловые потоки от разогретого газа к поверхности, воспроизвести картину обтекания. В зависимости от вида эксперимента и условий обтекания, которые можно в них получить, аэродинамические трубы (АДТ) подразделяются на несколько типов:

Основными характеристиками труб являются размеры рабочей части и максимальная скорость потока в ней. Рассмотрим более подробно устройство аэродинамической трубы на примере дозвуковой трубы замкнутого контура с открытой рабочей частью (рис. 2).

Воздух в трубе приводится в движение вентилятором 9. По обводному каналу 10 он попадает в форкамеру 1, в начале которой установлен хонейкомб 2, представляющий собой решетку ячеистой (сотовой) структуры с тонкими стенками ячеек (от английского слова honey – мед). Хонейкомб выравнивает поток, разбивая крупные вихри. Затем устанавливается детурбулизирующая сетка 3, из названия которой понятно, что она уменьшает турбулентность потока в рабочей части АДТ.

Сопло 4 разгоняет воздушный поток на входе его в рабочую часть АДТ 5 до расчетной скорости (в соответствии с уравнением неразрывности, при уменьшении площади сечения увеличивается скорость потока). В рабочей части трубы располагается изучаемая модель, а также устройства для ее крепления. После прохождения рабочей части воздушный поток попадает в диффузор 6, где он расширяется и тормозится.

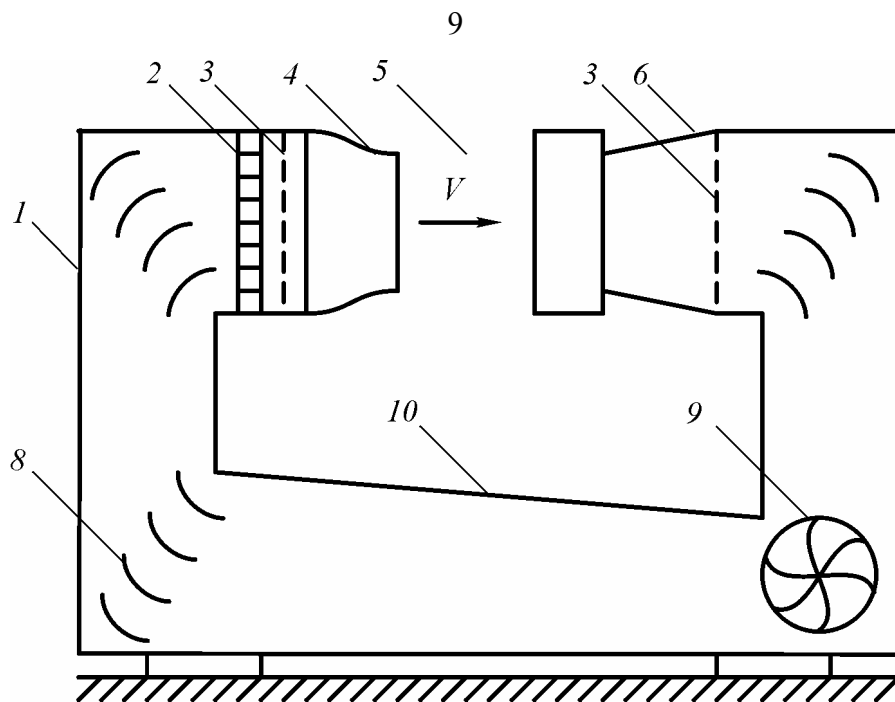


Рис. 2.

Для проведения в аэродинамических трубах экспериментов нужны различные регистрирующие устройства: анемометры, манометры, приемники воздушного давления и др.

*Чашечные анемометры* позволяют измерять скорость потока от 1 до 50 м/с. Приемным элементом прибора является полусферическая чашечка, закрепленная на оси и вращающаяся за счет возникновения аэродинамических сил при движении воздуха. Недостатком прибора является то, что с его помощью невозможно точно измерить скорость потока в данной точке.

*Приемник воздушного давления* (ПВД) воспринимает давление газового потока и передает его на чувствительные элементы измерительных устройств. В данной лабораторной работе будет использоваться комбинированный насадок для определения полного и статического давления, называемый трубкой Пито-Прандтля (рис. 3).

На рис. 3 приведена схема комбинированного насадка, который называется приемник полного давления (ПВД) или трубка Пито-Прандтля. По своей конструкции он представляет собой две концентрические трубки, вставленные одна в другую. Отверстие 2 служит для приема полного давления  $p_0$ , отверстие 4 – для приема статического давления  $p_\infty$ . Точность определения статического давления зависит кроме всего прочего от угла атаки ПВД (это угол между направлением вектора скорости набегающего потока и осью симметрии ПВД).

К размерам ПВД предъявляется ряд требований: с одной стороны, ПВД не должен вносить в поток существенных возмущений, поэтому он должен быть достаточно мал, с другой стороны уменьшение размеров ПВД приведет к уменьшению отверстий для приема давления, что увеличит инерционность насадка.

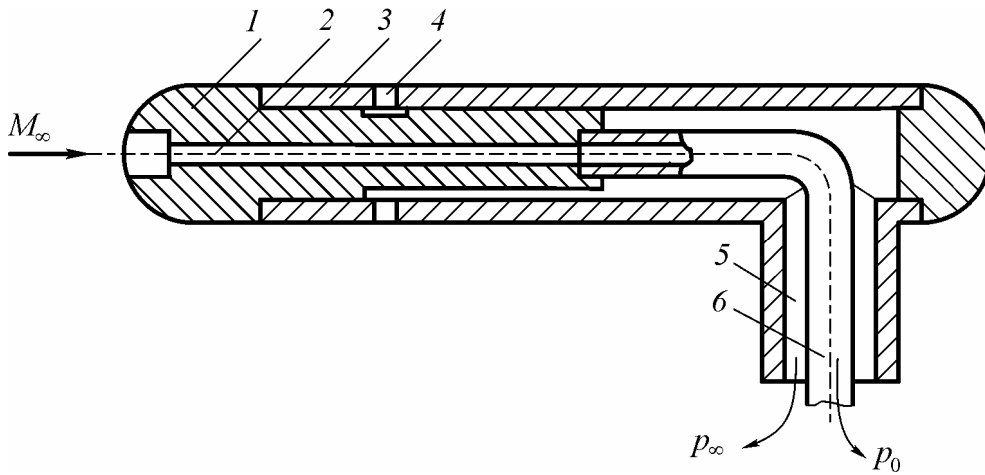


Рис. 3.

1 – головная часть, 2 – приемник полного давления, 3 – корпус, 4 – приемник статического давления, 5 – державка, 6 – дренажная трубка.

Для того чтобы определить величину давления, воспринимаемую ПВД, нужно насадок соединить с прибором, измеряющим давление жидкостей или газов. Такие приборы называются манометрами. Манометр, измеряющий разность или перепад давлений, называется дифференциальным (рис. 4). Он представляет собой U-образную трубку, заполненную жидкостью. Подведя от ПВД к левому колену манометра давление  $p_0$ , а к правому давление  $p_\infty$ , при включении потока получим некую разность в высоте столбов жидкости в коленях манометра. Если эту разность высот умножить на удельный вес жидкости в манометре, то получим величину разности давлений  $p_0 - p_\infty$ , не зная их абсолютных величин.

Однако, из уравнения Бернулли известно, что полное давление потока складывается из статического и динамического давлений, то есть

$$p_0 - p_\infty = q = \frac{\rho V^2}{2}.$$

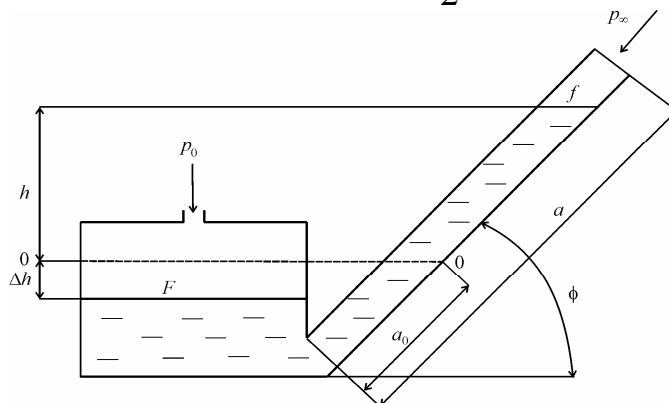


Рис. 4.

Возвращаясь к рис. 4, запишем уравнение равновесия столба жидкости в манометре:

$$p_0 - p_\infty = (h - \Delta h)\gamma, \text{ где}$$

$h$  – высота столба жидкости в измерительной трубке, измеренная от начального положения,

$\Delta h$  – изменение уровня жидкости в бачке микроманометра,

$\gamma$  – удельный вес жидкости в микроманометре.

Величину  $h$  можно определить по шкале измерительной трубки с учетом ее наклона:

$$h = (a - a_0)\sin\phi.$$

Здесь  $a_0$  – начальное показание манометра,  $a$  – показание манометра при воздействии потока на ПВД,  $\phi$  – угол наклона измерительной трубки.

Величину  $\Delta h$  можно определить из условия, что объем вытесненной из бачка жидкости равен объему жидкости, поднявшейся в трубке:

$$\Delta h F = (a - a_0)f,$$

где  $f$  – площадь поперечного сечения трубки,

$F$  – площадь поверхности жидкости в бачке.

Подставляя выражения для  $h$  и  $\Delta h$  в уравнение равновесия сил, получим:

$$p - p_0 = \left[ (a - a_0)\sin\phi + (a - a_0)\frac{f}{F} \right] \gamma.$$

Это выражение можно преобразовать в более удобную форму, введя в него коэффициенты, учитывающие погрешности приборов:  $\varepsilon$  – коэффициент насадка, учитывающий систематическую погрешность ПВД,  $K$  – коэффициент манометра, учитывающий угол наклона измерительной трубки,  $\mu$  – коэффициент поля трубы, учитывающий неравномерность поля скоростей АДТ:

$$q = p_0 - p_\infty = (a - a_0)\gamma\varepsilon K\mu.$$

### 3. Схема лабораторной установки

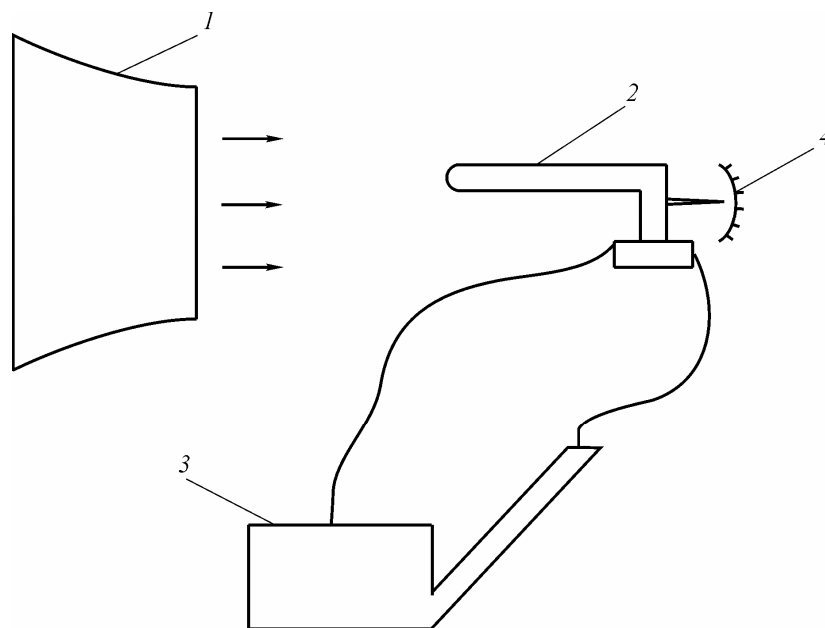


Рис. 5.

На рис. 5 приведена схема лабораторной установки, которая состоит из аэродинамической трубы 1, в рабочую часть которой помещен ПВД 2, соединенный с микроманометром 3. ПВД закреплен на державке 4, которая позволяет изменять его угол атаки.

#### 4. Рабочие формулы

В настоящей лабораторной работе требуется рассчитать скорость воздушного потока в АДТ, а также определить погрешность измерения скорости в зависимости от угла установки ПВД. Для определения скорости воспользуемся двумя формулами для скоростного напора (или динамического давления):

$$q = (a - a_0)\gamma\epsilon K\mu,$$

$$q = \frac{\rho V_\infty^2}{2}.$$

Отсюда получим выражение для скорости  $V_\infty = \sqrt{\frac{2}{\rho}(a - a_0)\gamma\epsilon K\mu}$ .

Из этого выражения, зная плотность, можно определить скорость набегающего потока. Плотность можно определить либо из таблицы стандартной атмосферы (если условия нормальные), либо с помощью уравнения состояния:

$$\rho = \frac{p_\infty}{RT_\infty},$$

где  $p_\infty$  - статическое давление (его можно определить с помощью барометра, установленного в лаборатории, переведя в СИ: 760 мм рт. ст. =  $1,013 \times 10^5$  Па);  $T_\infty$  - статическая температура (температура неподвижного воздуха в лаборатории);  $R=287,05$  Дж/(кг К) – универсальная газовая постоянная.

Для простоты вычислений все величины, не меняющиеся в процессе эксперимента, можно объединить в константу:

$$const = \sqrt{\frac{2\gamma\epsilon K\mu}{\rho}}.$$

Тогда окончательно рабочая формула будет иметь вид:

$$V_\infty = const\sqrt{(a - a_0)}.$$

Для определения погрешности вычислений можно воспользоваться формулой:

$$\Delta\bar{V} = \frac{|V_{\alpha=0} - V_i|}{V_i} 100\%.$$

По результатам эксперимента заполняется таблица:

№ п/п	$\alpha$	$a$	$a - a_0$	$V$	$\Delta V$
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					

Запишите также следующие значения:

$a_0 =$  \_\_\_\_\_ мм,  $t_\infty =$  \_\_\_\_\_ °С,  $p_\infty =$  \_\_\_\_\_ мм рт.ст.

5. Выполнение эксперимента и обработка результатов измерений

1) Ознакомиться с конструкцией и принципами работы аэродинамической трубы, приемника воздушного давления и микроманометра.

2) Ознакомиться со схемой лабораторной установки.

3) Замерить барометрическое давление и температуру воздуха в лаборатории.

4) Установить микроманометр с помощью микрометрических винтов в горизонтальное положение, выставив уровень жидкости в трубе на нулевую отметку.

5) В случае необходимости записать нулевой отсчет микроманометра.

6) Запустить аэродинамическую трубу.

7) Произвести соответствующие измерения, меняя угол атаки ПВД.

Результаты измерений занести в таблицу.

Произвести следующие вычисления:

1) Вычислить плотность воздуха.

2) Вычислить константу.

3) Вычислить скорость потока и относительную погрешность скорости для каждого угла атаки ПВД.

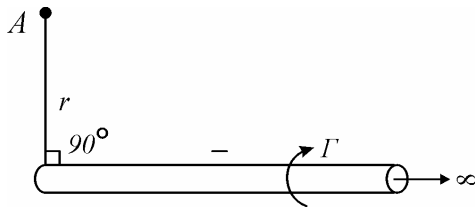
Построить графики зависимостей  $V=f(\alpha)$ ,  $\Delta V=f(\alpha)$ . Определить диапазон углов атаки, обеспечивающих удовлетворительную погрешность измерения скорости.

Сделать вывод о точности пневмометрического метода измерения скорости.

## Практическое занятие 4 Кинематика сплошной среды

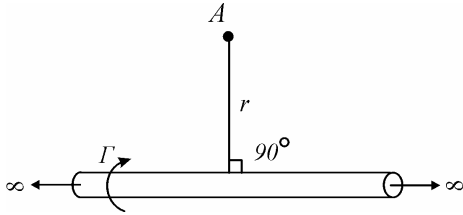
Существует ряд практических задач, например, в теории крыла или в теории воздушного винта, когда по распределению вихрей в потоке необходимо определить поле скоростей. Т.е., зная циркуляцию вихрей в потоке нужно определить линейные скорости, индуцированные этими вихрями. Для этого применяется формула Био-Савара, частные случаи которой приведены ниже:

- случай полубесконечного вихря



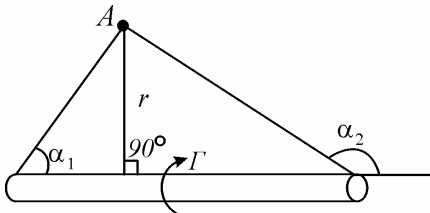
$$V = \frac{\Gamma}{4\pi r}$$

- случай бесконечного вихря



$$V = \frac{\Gamma}{2\pi r}$$

- случай отрезка вихря



$$V = \frac{\Gamma}{4\pi r} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

### Задачи:

1. В воздухе находится бесконечный, прямолинейный вихрь интенсивностью  $100 \text{ м}^2/\text{с}$ . Определите вихревое влияние в точке на расстоянии  $5 \text{ м}$  от вихря.

2. В воздухе находится полубесконечный, прямолинейный вихрь интенсивностью  $150 \text{ м}^2/\text{с}$ . Определить вихревое влияние в точке В, расположенной как показано на рис. 6.

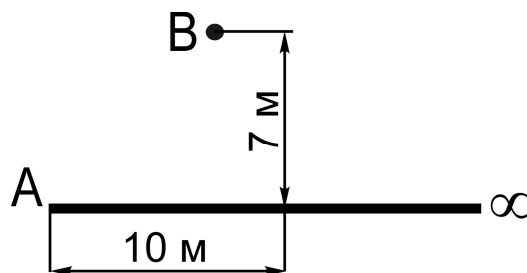


Рис. 6.

3. В воздухе расположены два бесконечных прямолинейных вихря с интенсивностями  $100 \text{ м}^2/\text{с}$  и  $240 \text{ м}^2/\text{с}$ . Расстояние между вихрями  $16 \text{ м}$ . Определить вихревое влияние в точке, расположенной посередине между вихрями.



4. В воздухе расположены два бесконечных прямолинейных вихря с интенсивностями  $150 \text{ м}^2/\text{с}$  и  $320 \text{ м}^2/\text{с}$ . Между вихрями расположена точка, в которой от каждого вихря индуцируются равные по абсолютной величине скорости. Определить вихревое влияние в этой точке, если расстояние между вихрями равно  $8 \text{ м}$ .

5. В воздухе находится прямолинейный вихрь АВ интенсивностью  $9000 \text{ м}^2/\text{с}$ . Определить вихревое влияние в точке С, расположенной как показано на рис. 7.

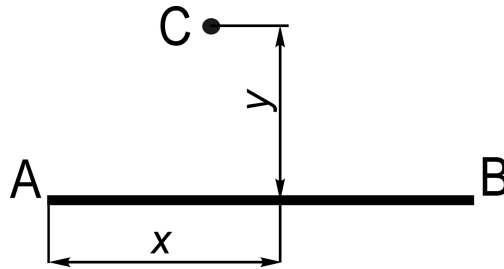


Рис. 7.

6. Определить скорость, индуцированную системой двух бесконечных, прямолинейных вихрей с циркуляцией  $\Gamma_1 = -\Gamma_2$ , в точке, которая расположена на середине линии, соединяющей оси вихрей. Расстояние между вихрями равно  $30 \text{ м}$ , а  $\Gamma = 120 \text{ м}^2/\text{с}$ .

7. Крыло моделируется П-образным вихревым шнуром. Определить индуцированную скорость в точке А (рис. 8) на оси симметрии в области оперения, если интенсивность вихревого шнура  $200 \text{ м}^2/\text{с}$ , а расстояния  $x = 15 \text{ м}$  и  $y = 48 \text{ м}$ .

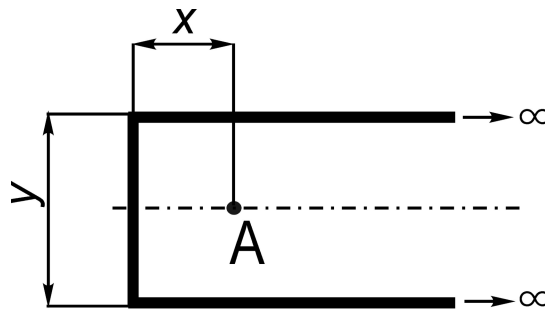


Рис. 8

8. По какому закону в зависимости от расстояния меняется индуцированная скорость в сплошной среде от бесконечного вихря.

9. Крыло моделируется П-образным вихревым шнуром. Определить индуцированную скорость в точке А (см. рис. 8) на оси симметрии в области оперения, если коэффициент подъемной силы крыла равен  $0,5$ , а расстояния  $x = 10 \text{ м}$  и  $y = 28 \text{ м}$ .

## Практическое занятие 5

### Аэродинамическое подобие

Критерий подобия – это безразмерная (комплексная) величина, которая обеспечивает динамическое подобие при обтекании модели и натурального объекта с учетом преобладания для данного явления фактора.

При постановке аэродинамического эксперимента критерии подобия для натурального и модельного процессов должны быть равны.

Мы уже знакомы с одним из критериев аэродинамического подобия, который учитывает сжимаемость среды – это число Маха:

$$M = \frac{V}{a}.$$

Критерием подобия, учитывающим влияние вязкости, является число Рейнольдса:

$$Re = \frac{\rho V l}{\mu} = \frac{V l}{\nu}, \text{ где}$$

$\mu$ ,  $\nu$  - соответственно коэффициенты динамической и кинематической вязкостей,

$l$  - характерный размер тела.

Критерий подобия, учитывающий весомость среды (то есть соотношение в среде сил инерции с силами тяжести), это число Фруда:

$$Fr = \frac{V^2}{gl},$$

где  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ .

### Задачи

1. Самолет летит со скоростью 900 км/ч на высоте 11000 м. Какая скорость должна быть в рабочей части АДТ при температуре 293 К, чтобы обеспечить аэродинамическое подобие по сжимаемости?

2. Самолет летит со скоростью 900 км/ч на высоте 12000 м, затем он снижается и летит на высоте 4000 м со скоростью 550 км/ч. Как изменится критерий, учитывающий вязкость, если характерный размер равен 304 м.

3. Проектируемый самолет имеет скорость 1500 км/ч на высоте 1000 м. Скорость потока в рабочей части сверхзвуковой АДТ 400 м/с. какова должна быть температура в рабочей части АДТ для соблюдения аэродинамического подобия по числу  $M$ .

4. В гидроканале изучается модель корабля, имеющего длину в натуре 160 м и скорость 14 м/с. Определите, с какой скоростью перемещается в этом гидроканале модель, длина которой 3 м.

5. Летательный аппарат рассчитан на движение при нормальных атмосферных условиях со скоростями  $V_n = 80 \dots 160 \text{ м/с}$ . Для испытаний в АДТ переменной плотности используется модель этого аппарата в масштабе 1:10. Продувка производится при давлении в рабочей части трубы  $2 \times 10^6 \text{ Па}$  и тем-

пературе  $T = 298$  К. Определите, при каких скоростях надо испытывать модель, чтобы обеспечить подобие по числу  $Re$ .

6. В АДТ переменной плотности испытывается модель крыла с хордой  $b_m = 150$  мм. Скорость воздушного потока в трубе 25 м/с, а температура воздуха 303 К. Определите, при каком давлении надо проводить испытания, чтобы обеспечить аэродинамическое подобие по числу  $Re$ . Натурное крыло имеет хорду  $b_n = 1,2$  м, а скорость его движения 90 м/с.

7. Проектируемый самолет рассчитан на движение в атмосфере со скоростью 100 м/с на высоте 10 км. При испытаниях модели самолета, уменьшенной в 10 раз, в АДТ переменной плотности достигнуто подобие по числам  $M$  и  $Re$  при температуре потока в трубе 293 К. Определите давление и скорость потока в трубе во время эксперимента.

8. Для моделирования сопротивления при посадке самолета изготовлена его модель, уменьшенная в 3 раза. Определите скорость потока в рабочей части АДТ, в предположении, что лобовое сопротивление обусловлено, в основном, трением, а посадочная скорость натурального самолета 45 м/с.

## Практическое занятие 6 Течение газов с большими скоростями

Значения параметров состояния газа в точке с нулевой скоростью называются параметрами торможения и обозначаются индексом “0”:  $T_0, p_0, \rho_0$ .

Связь газодинамических переменных в потоке с параметрами торможения и числом Маха определяется по формулам:

$$\frac{p}{p_0} = \left( 1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)^{\frac{-k}{k-1}},$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left( 1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)^{\frac{-1}{k-1}},$$

$$\frac{T}{T_0} = \left( 1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)^{-1}.$$

Сечение, в котором местная скорость движения газа равна местной скорости звука, называется *критическим*. Соответствующее ему значение скорости обозначают  $a^*$ . Критическая скорость определяется по формуле:

$$a^* = \sqrt{\frac{2k}{k+1} \frac{p_0}{\rho_0}} = a_0 \sqrt{\frac{2}{k+1}}.$$

### Задачи

1. Определить температуру торможения в форкамере АДТ, если в рабочей части получена скорость 650 км/ч при статической температуре 8°C.

2. Определить плотность торможения в форкамере АДТ, если в рабочей части получена скорость 720 м/с при статической температуре 12°C и статическом давлении  $3,66 \times 10^4$  Па.

3. Определить массовый расход воздуха через сверхзвуковое сопло АДТ, если площадь критического сечения равна  $0,2 \text{ м}^2$ , критическая скорость  $300 \text{ м/с}$  при плотности торможения  $2 \text{ кг/м}^3$ .

4. Определить массовый расход воздуха через сверхзвуковое сопло АДТ, если площадь критического сечения равна  $0,7 \text{ м}^2$ , плотность торможения  $4,3 \text{ кг/м}^3$ , а температура торможения  $320 \text{ К}$ .

5. Определить критическую скорость воздуха в сверхзвуковом сопле АДТ, если температура торможения равна  $-5^\circ\text{С}$ .

6. Для изоэнтропического потока в критическом сечении струйки критическое давление равно  $53500 \text{ Па}$ . Определить давление в сечении струйки, где  $M = 3$ .

7. Для изоэнтропического потока в критическом сечении струйки критическая температура равна  $239 \text{ К}$ . Определить давление в сечении струйки, где  $M = 2,5$ .

8. Для изоэнтропического потока в критическом сечении струйки критическая плотность равна  $0,78 \text{ кг/м}^3$ . Определить давление в сечении струйки, где  $M = 2,75$ .

9. Определить коэффициент давления на поверхности тела в точке, где скорость критическая, если тело летит на высоте  $9000 \text{ м}$  с числом  $M_\infty = 0,8$ .

10. Определить температуру на поверхности тела в точке, где скорость критическая при полете с числом  $M_\infty = 0,92$  на высоте  $9000 \text{ м}$ .

## Практическое занятие 7

### Скачки уплотнения

Отличительной особенностью сверхзвуковых газовых потоков является то, что в них при условии торможения образуются поверхности разрыва, при переходе через которые практически все параметры газа меняются скачкообразно (скорость резко уменьшается, а давление, плотность и температура возрастают) и поток переходит от одного состояния к другому. Если положение этих поверхностей в любой момент времени не изменяется, то они называются *скачками уплотнения*.

Ниже приведены формулы для расчета газодинамических переменных при переходе через скачок уплотнения (индексом «1» обозначены параметры до скачка уплотнения, индексом «2» - после скачка уплотнения).

Для прямого скачка уплотнения:

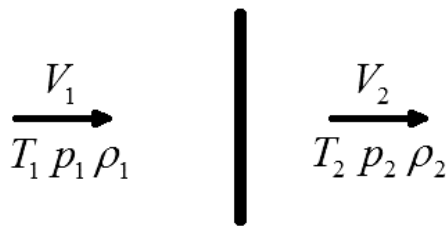


Рис. 9.

$$V_1 V_2 = a^{*2},$$

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2k}{k+1} (M_1^2 - 1),$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(k+1)M_1^2}{2 + (k-1)M_1^2},$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{2k}{k+1} M_1^2 - \frac{k-1}{k+1} \right) \left( \frac{2 + (k-1)M_1^2}{(k+1)M_1^2} \right).$$

Для косо́го скачка уплотнения:

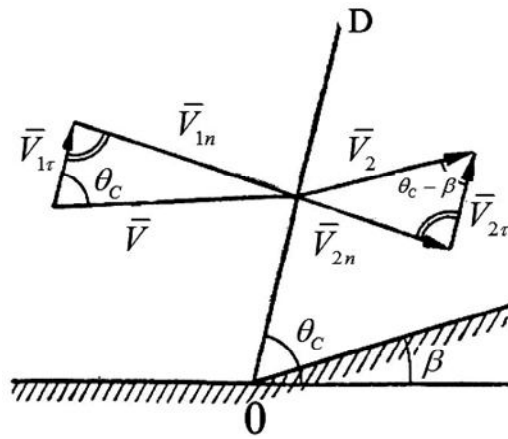


Рис. 10.

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2k}{k+1} M_{1n}^2 - \frac{k-1}{k+1},$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(k+1)M_{1n}^2}{2 + (k-1)M_{1n}^2},$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{2k}{k+1} M_{1n}^2 - \frac{k-1}{k+1} \right) \left( \frac{2 + (k-1)M_{1n}^2}{(k+1)M_{1n}^2} \right),$$

где  $M_{1n} = M_1 \sin \theta_c$  – нормальное к фронту скачка значение числа Маха.

Связь скоростей при переходе через скачок уплотнения:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\cos \theta_c}{\cos(\theta_c - \beta)}.$$

Формула для определения угла наклона косо́го скачка уплотнения:

$$\frac{\operatorname{tg} \theta_c}{\operatorname{tg}(\theta_c - \beta)} = \frac{(k+1)M_1^2 \sin^2 \theta_c}{2 + (k-1)M_1^2 \sin^2 \theta_c}.$$

### Задачи

1. Температура торможения в критической точке равна  $110^\circ\text{C}$  при полете на высоте 5000 м. Определить скорость за прямым СУ, расположенным перед крылом.

2. Определить величину и направление скорости за косым СУ, угол наклона которого  $30^\circ$ , при полете со скоростью 2000 км/ч.
3. Определить интенсивность косоугольного СУ (угол наклона  $25^\circ$ ) при полете на высоте 10000 м с числом  $M_\infty = 2,2$ .
4. Определить скорость за прямым СУ на высоте 12 км при числе  $M_\infty = 2,75$ .
5. Определить скорость за прямым СУ на высоте 11 км со скоростью 2500 км/ч.
6. Температура воздуха в форкамере сверхзвуковой АДТ  $T_0 = 288$  К. Поток на срезе сопла трубы имеет скорость 530 м/с и обтекает модель с образованием прямого СУ. Найти скорость после СУ.

## Практическое занятие 8

### Пограничный слой

Пограничным слоем называют узкую зону течения вблизи поверхности тела, в которой скорость изменяется от 0 на поверхности тела до значения примерно  $V_\infty$  на внешней границе (рис. 11). В пределах этой зоны инерционные и вязкостные силы должны рассматриваться как величины одного порядка.

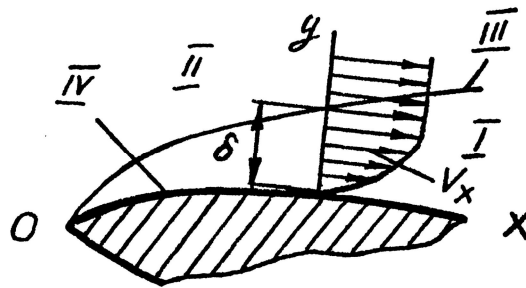


Рис. 11.

I - пограничный слой; II - внешнее течение; III - граница пограничного слоя; IV - обтекаемая поверхность

В зависимости от характера течения различают ламинарный и турбулентный пограничные слои (ЛПС и ТПС). Ниже в таблице приведены формулы для расчета количественных характеристик пограничных слоев (условных толщин).

Вид пограничного слоя	Толщина пограничного слоя	Толщина вытеснения	Толщина потери импульса
Ламинарный	$\delta = 4,64 \frac{x}{\sqrt{Re_x}}$ ,	$\delta^* = 1,74 \frac{x}{\sqrt{Re_x}}$	$\delta^{**} = 0,646 \frac{x}{\sqrt{Re_x}}$ .
Турбулентный	$\delta = 0,37 \frac{x}{\sqrt[5]{Re_x}}$	$\delta^* = 0,046 \frac{x}{\sqrt[5]{Re_x}}$	$\delta^{**} = 0,036 \frac{x}{\sqrt[5]{Re_x}}$

### Задачи

1. Как измениться напряжение трения в ПС, если его искусственно охладить?
2. Определить толщину ЛПС (ТПС) на задней кромке плоской пластины длиной 3,5 м, движущейся на высоте 4000 м со скоростью 80 км/ч.
3. Определить толщину ПС на конце плоской пластины, длина которой равна 3 м, скорость потока равна 15 м/с, а динамическая вязкость составляет  $1,46 \times 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ .
4. Постройте в масштабе профиль ПС на плоской пластине длиной 4 м. Обтекание происходит со скоростью 120 м/с при нормальных атмосферных условиях. Критическое число Рейнольдса  $Re_{кр} = 4,5 \cdot 10^5$ .
5. Определить толщину ПС, условные толщину ПС и местный коэффициент трения плоской пластины на расстоянии  $0,01L$  и  $0,7L$  от ее носка (где  $L = 6 \text{ м}$  – длина пластины). Обтекание происходит на высоте 10000 м со скоростью 520 м/с.

## Практическое занятие 9 Напряжение трения плоской пластины

В основе большого числа задач по нахождению напряжения трения на теле лежит задача определения напряжения трения плоской пластины. Пограничный слой на пластине является смешанным (рис. 12).

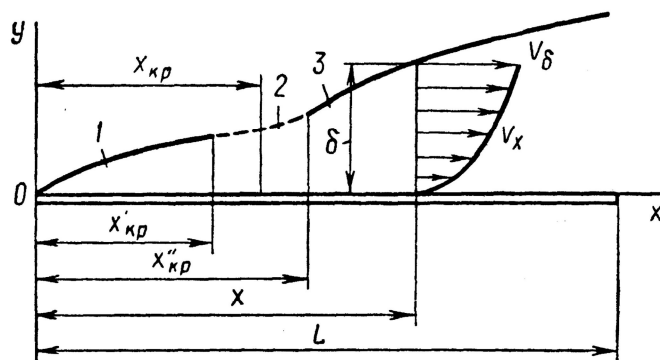


Рис. 12.

Коэффициент трения плоской пластины

$$\text{- для ЛПС } c_{fx} = \frac{0,664}{\sqrt{Re_x}}; \quad c_f = \frac{1,328}{\sqrt{Re_L}},$$

$$\text{- для ТПС } c_{fx} = \frac{0,0578}{\sqrt[5]{Re_x}}; \quad c_f = \frac{0,074}{\sqrt[5]{Re_L}} \text{ для } Re < 10^7,$$

$$c_f = \frac{0,455}{(\lg Re_L)^{2,58}} \text{ для } Re \geq 10^7.$$

Если на плоской пластине пограничный слой является смешанным, то коэффициент трения в этом случае вычисляется по формуле:

$$c_F = c_{FT} - (c_{FTx} - c_{FLx}) \bar{x}_T, \text{ где}$$

$c_{FT}$  – коэффициент сопротивления турбулентного трения пластины при числе  $Re$ , вычисленном по длине пластины,

$c_{FTx}$  – коэффициент сопротивления турбулентного трения пластины при числе  $Re$ , вычисленном по длине ламинарного пограничного слоя пластины,

$c_{FLx}$  – коэффициент сопротивления ламинарного трения пластины при числе  $Re$ , вычисленном по длине ламинарного пограничного слоя пластины,

$$\bar{x}_T = \frac{Re_{кр}}{Re} \text{ - безразмерная координата точки перехода ЛПС в ТПС.}$$

### Задачи

1. Определить силу сопротивления пластины хордой 0,8 м и шириной 4 м, обтекающейся со скоростью 20 м/с на высоте 1000 м. Течение – ламинарное.

2. Определить силу сопротивления пластины хордой 1,1 м и шириной 5 м, обтекающейся со скоростью 30 м/с на высоте 2000 м. Течение – турбулентное.

3. Расстояние между двумя слоями газа равно 5 мм. Скорость в первом слое – 200 м/с, а во втором – 20 м/с. Определить среднее значение напряжения трения между слоями при нормальных атмосферных условиях.

4. Тонкая пластина длиной 0,4 м помещена в поток со скоростью 30 м/с под нулевым углом атаки. Определить коэффициент трения пластины, если  $Re_{кр} = 6 \cdot 10^5$ , а высота полета 3000 м.

5. Пластина хордой 2 м и шириной 5 м обтекается потоком со скоростью 80 м/с при нулевом угле атаки на высоте 2000 м. Определить коэффициент сопротивления пластины с двух сторон, если  $Re_{кр} = 3 \cdot 10^5$ .

6. Определить полный коэффициент сопротивления трения пластины, если число Рейнольдса, вычисленное по длине пластины равно  $6 \cdot 10^5$ , а координата точки перехода ламинарного течения в турбулентное равна 8% от длины пластины.

7. В сечении ТПС, отстоящем на расстоянии 2 м от носка плоской пластины, обтекаемой воздушным потоком со скоростью 50 м/с, вычислена тол-



щина потери импульса  $\delta^{**} = 0,003085$  м. Определить средний по длине пластины ( $L = x = 2$  м) коэффициент трения.

## Приложение 1

## Международная стандартная атмосфера

Высо- та $H$ , м	Темпера- тура $T$ , К	Давле- ние $p$ , Па	Плот- ность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	Скорость звука $a$ , м/с	Кин. вяз- кость $\nu$ , м <sup>2</sup> /с
0	289	$1,01 \times 10^5$	1,225	340	$1,46 \times 10^{-5}$
500	285	$9,55 \times 10^4$	1,167	338	1,52
1000	282	8,99	1,112	336	1,58
1500	278	8,46	1,058	334	1,65
2000	275	7,95	1,007	332	1,71
2500	272	7,47	0,957	330	1,79
3000	269	7,01	0,909	328	1,86
3500	265	6,58	0,863	326	1,94
4000	252	6,17	0,819	324	2,03
4500	259	7,77	0,777	322	2,12
5000	256	5,40	0,736	320	2,21
5500	252	5,05	0,676	318	2,28
6000	249	4,71	0,639	316	2,39
6500	245	4,40	0,605	314	2,50
7000	242	4,10	0,571	312	2,61
7500	239	3,82	0,540	310	2,74
8000	236	3,56	0,509	308	2,87
8500	232	3,31	0,480	306	3,01
9000	230	3,07	0,452	304	3,16
9500	226	2,85	0,425	302	3,31
10000	223	2,65	0,414	299	3,53
10500	220	2,45	0,389	297	3,70
11000	216	2,27	0,365	295	3,90
12000	216	1,93	0,301	295	4,51
13000	216	1,65	0,257	295	5,28