ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ "МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ"

Кафедра аэродинамики, конструкции и прочности летательных аппаратов

М.С. Кубланов

МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ ОБРАБОТКИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

ПОСОБИЕ
по изучению дисциплины,
выполнению лабораторных работ
и домашних заданий

для студентов III курса
направления 162300
дневного обучения

Москва - 2013

ББК 518
К88

Научный редактор и рецензент д-р техн. наук, проф. В.Г. Ципенко

Кубланов М.С.
К88 Методы и алгоритмы обработки статистических данных: Пособие по изучению дисциплины, выполнению лабораторных работ и домашних заданий для студентов III курса направления 162300 дневного обучения. – М.: МГТУ ГА, 2013. – 32 с.

Данное пособие издается в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины Б.2.9. "Методы и алгоритмы обработки статистических данных" по учебному плану подготовки бакалавров направления 162300 "Техническая эксплуатация летательных аппаратов и двигателей" для студентов III курса дневной формы обучения.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры АКПЛА 29.08.12 г. и методического совета по направлению 162300 11.09.12 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1. УЧЕБНЫЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ

Курс 3, Форма обучения очная.

Общий объем учебных часов на дисциплину	*144*	*час.*
Семестр	*5*	*сем.*
Объем аудиторной нагрузки	*54*	*час.*
Лекции	*38*	*час.*
Лабораторные работы	*16*	*час.*
Экзамен	*5*	*сем.*
Объем самостоятельной работы студента	*90*	*час.*

2. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ДИСЦИПЛИНЕ

2.1. Предмет дисциплины

До середины XX века при решении прикладных задач приходилось (и это было допустимо) ограничиваться известными классическими примерами, допускающими простейшее, аналитическое представление с однозначным решением. Сегодняшний уровень развития техники требует более точного, более глубокого анализа, как реальности, так и создаваемых человеком систем. Широкая компьютеризация предоставляет такую возможность, однако, процедура получения качественных, достоверных результатов оказывается не столь испытанной, не столь очевидной и простой, как в случае однозначного аналитического решения.

Это потребовало объединения усилий прикладников и математиков с двоякой целью: с одной стороны, грамотно описать изучаемое явление и постановку задачи исследований, а с другой стороны, обеспечить достоверность результатов на основе строгости математических методов. Возникла необходимость резко расширить круг инженерных и научных работников, обладающих серьезной математической подготовкой и достаточно высоким уровнем математической культуры.

Данный курс предназначен для формирования математической культуры применения методов многомерного статистического анализа, необходимой для обеспечения физически правильного представления результатов обработки статистических данных сложных "плохо организованных систем", занимающих в современной технике все большее место.

2.2. Цель и задачи дисциплины

2.2.1. Цель преподавания дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование у студентов знаний прикладных методов математической статистики и о возможностях обработки многопараметрической информации о процессах и системах в гражданской авиации, что необходимо для подготовки авиационных специалистов, способных формулировать, составлять задания и решать проблемы гражданской авиации.

2.2.2. Задачи изучения дисциплины

2.2.2.1. Знать:

основные понятия:

– теории моделирования;

– математической статистики;

– теории эксперимента.

2.2.2.2. Уметь:

– проводить дисперсионный анализ;

– проводить регрессионный анализ;

– определять необходимый объем эксперимента;

– составлять простейшие планы эксперимента для дисперсионного и регрессионного анализа;

– делать выводы по результатам статистического анализа экспериментальных данных.

2.2.2.3. Владеть представлением:

– об основах и особенностях математического моделирования больших систем;

– о прикладных возможностях методов статистического анализа;

– об основах статистического контроля качества;

– о принципах и методах планирования эксперимента;

что необходимо для решения производственных, эксплуатационных и исследовательских задач гражданской авиации.

2.3. Перечень базовых (формирующих) дисциплин

Требования к входным знаниям студента, необходимым для изучения дисциплины:

– по дисциплине философия – знать роль науки в развитии цивилизации, соотношение науки и техники, объективной реальности и субъективного восприятия;

– по дисциплине высшая математика – знать и уметь применять методы следующих разделов: линейная алгебра, математический анализ, дифференциальные уравнения, теория вероятностей и математическая статистика;

– по дисциплине физика – знать фундаментальные физические законы, описывающие процессы и явления в природе и понимать их место;

– по дисциплине метрология, стандартизация и сертификация – знать международную систему единиц физических величин; физические основы и методы измерений, методы оценки погрешностей измерения;

– по дисциплинам теоретическая механика, аэродинамика и динамика полета – знать основные понятия и модели.

2.4. Перечень формируемых дисциплин

Дисциплины, для которых данная дисциплина является предшествующей:

– моделирование систем и процессов;
– технологические процессы технического обслуживания;
– конструкция и прочность ЛА;
– конструкция и прочность двигателей;
– системы ЛА;
– основы теории технической эксплуатации ЛА;
– дисциплины магистерской подготовки.

3. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

	А в т о р	Наименование, издательство, год издания
1	2	3
	Основная литература:	
1	Кубланов М.С.	Математическое моделирование. Методология и методы разработки математических моделей механических систем и процессов: Учебное пособие. Часть I. Третье издание. – М.: МГТУ ГА, 2004. – 108 с.
2	Кубланов М.С.	Математическое моделирование. Методология и методы разработки математических моделей механических систем и процессов: Учебное пособие. Часть II. Третье издание. – М.: МГТУ ГА, 2004. – 125 с.
	Учебно-методическая литература:	
3	Кубланов М.С.	Методы и алгоритмы обработки статистических данных: Пособие по изучению дисциплины, выполнению лабораторных работ и домашних заданий для студентов III курса направления 162300 дневного обучения. – М.: МГТУ ГА, 2013. – 32 с.
	Дополнительная литература	
4	Савченко А.А.	Введение в математическую статистику с применением в гражданской авиации. – Киев: МИИГА, 1975 – 132 с.
5	Савченко А.А.	Многомерный статистический анализ для инженеров гражданской авиации. – М.: МИИГА, 1976. – 112 с
6	Вентцель Е.С.	Теория вероятностей. – М.: Наука, 1964. – 576 с.
7	Пустыльник Е.И.	Статистические методы анализа и обработки наблюдений. – М.: Наука, 1968. – 288 с.
8	Хальд А.	Математическая статистика с техническими приложе-

		ниями. – М.: Иностранная литература, 1956. – 664 с.
9	Шторм Р.	Теория вероятностей. Математическая статистика. Статистический контроль качества. – М.: Мир, 1970. – 368 с.
10	Корн Г., Корн Т.	Справочник по математике (для научных работников и инженеров). – М.: Наука, 1973. – 832 с.
11	Налимов В.В.	Теория эксперимента. – М.: Наука, 1971. – 208 с.
12	Барзилович Е.Ю.	Оптимально управляемые случайные процессы и их приложения (теоретические основы эксплуатации авиационных систем по состоянию). – Егорьевск: ЕАТК ГА, 1996. – 299 с.

4. ЭЛЕКТРОННЫЕ СРЕДСТВА ИНФОРМАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

База электронной информотеки МГТУ ГА – электронный учебно-методический комплекс (ЭУМК) – содержит всю информацию, необходимую для изучения дисциплины:

– рабочая программа дисциплины;
– пособие по изучению дисциплины;
– учебное пособие;
– слайды для лекционного материала;
– контрольные вопросы по дисциплине (для подготовки к экзамену).

5. ЭЛЕКТРОННЫЙ АДРЕС КАФЕДРЫ ДЛЯ КОНСУЛЬТАЦИЙ

akpla@yandex.ru
Письма помечать: "для Кубланова".

6. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Раздел 1. Прикладные возможности первичной обработки информации
Раздел 2. Прикладные возможности многофакторного статистического анализа
Раздел 3. Планирование эксперимента

7. УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Раздел 1. Прикладные возможности первичной обработки информации

Тема 1.

Реальность, познанное, абстракции, модель. Множественность моделей. "Хорошо" и "плохо" организованные системы. Законы и закономерности. Цели научных и инженерных исследований. Планирование, моделирование, обработка информации.

Методические указания к изучению темы

Литература: [1] введение, [2] § 6.1.

Центральные вопросы темы: Соотношение познанного и реальности. "Хорошо" и "плохо" организованные системы. Факторы и уровни факторов.

Контрольные вопросы:

1.1. Почему результаты наблюдения нельзя считать истиной?
1.2. Особенности "хорошо организованных систем".
1.3. Особенности "плохо организованных систем".
1.4. Различие законов и закономерностей.
1.5. Цель научных исследований.
1.6. Цель инженерных исследований.
1.7. Факторы и уровни факторов.

Тема 2.

Математическая статистика – аппарат сбора и обработки информации. Проблемы сбора и обработки информации. Пример зависимости результата от способа отбора. Отбор информации важен, но не объективен. Виды отбора информации.

Методические указания к изучению темы

Литература: [2] § 5.2.

Центральные вопросы темы: Проблемы сбора и обработки информации. Виды отбора информации.

Контрольные вопросы:

2.1. Основные проблемы сбора и обработки информации.
2.2. Что такое естественный отбор?
2.3. Что такое искусственный отбор?
2.4 Что такое пристрастный отбор?
2.5. Что такое случайный отбор?
2.6. Что такое типический отбор?
2.7. Что такое репрезентативный отбор?
2.8. Что такое расслоенный отбор?

Тема 3.

Основные термины теории вероятностей и математической статистики. Числовые характеристики случайных величин. Система обозначений.

Методические указания к изучению темы

Литература: [2] § 5.1.

Центральные вопросы темы: Классическое определение вероятности. Закон распределения случайной величины.

Контрольные вопросы:

3.1. Понятие события.

3.2 Невозможное и достоверное событие.
3.3. Классическое определение вероятности.
3.4. Случайная величина.
3.5. Закон распределения случайной величины.
3.6. Интегральная и дифференциальная функции распределения вероятностей, их свойства.
3.7. Понятие математического ожидания.
3.8. Понятие дисперсии и среднего квадратического отклонения.
3.9. Понятие медианы.
3.10. Понятие моды.
3.11. Понятие размаха.
3.13. Понятие ковариации и коэффициента корреляции.

Тема 4.

Статистическое определение вероятности. Понятие о математической статистике. Выборка и генеральная совокупность. Последовательность применения методов математической статистики. Первичная обработка информации. Статистический анализ. Цель статистического анализа.

Методические указания к изучению темы

Литература: [2] § 5.3

Центральные вопросы темы: Статистическое определение вероятности. Выборка и генеральная совокупность. Содержание первичной обработки информации и статистического анализа.

Контрольные вопросы:

4.1. Статистическое определение вероятности.
4.2. Выборка и генеральная совокупность.
4.3 Что входит в первичную обработку информации?
4.4. Что является целью первичной обработки информации?
4.5. Что входит в статистический анализ информации?
4.6. Что является целью статистического анализа информации?

Тема 5.

Обобщенное понятие точечных оценок. Метод моментов. Свойства точечных оценок. Метод наибольшего правдоподобия. Число степеней свободы.

Методические указания к изучению темы

Литература: [2] § 5.3.

Центральные вопросы темы: Понятие точечных оценок. Свойства точечных оценок. Методы вычисления точечных оценок.

Контрольные вопросы:

5.1. Обобщенное понятие точечных оценок.
5.2. Что и как определяет точечная оценка?

5.3. Как проводится точечная оценка?
5.4. Какие точечные оценки необходимы для анализа случайной величины?
5.5. Какие характеристики случайных величин можно получить с помощью точечных оценок?
5.6. Что такое свойство несмещенности точечной оценки?
5.7. Что такое свойство состоятельности точечной оценки?
5.8. Что такое свойство эффективности точечной оценки?
5.9. Основная идея метода моментов.
5.10. Основной недостаток метода моментов.
5.11. Основное достоинство метода моментов.
5.12. Какое свойство точечных оценок обеспечивает метода моментов?
5.13. Основная идея метода наибольшего правдоподобия.
5.14. Основной недостаток метода наибольшего правдоподобия.
5.15. Что такое функция наибольшего правдоподобия?
5.16. Что такое робастность?
5.17. Что характеризует число степеней свободы?

Тема 6.

Фундаментальность нормального закона распределения. Выборочные функции. Таблица законов распределения выборочных функций случайных величин.

Методические указания к изучению темы

Литература: [2] § 5.4.

Центральные вопросы темы: Нормальный закон распределения. Понятие выборочных функций.

Контрольные вопросы:
6.1. В чем проявляется фундаментальность нормального закона распределения?
6.2. Что описывает нормальный закон распределения?
6.3. Что такое выборочные функции?
6.4. Для чего строятся выборочные функции.
6.5. Основная цель использования выборочных функций.

Тема 7.

Понятие об интервальных оценках – доверительных интервалах. Общий принцип построения доверительных интервалов. Применение доверительных интервалов для оценки точности информации и необходимого ее объема.

Методические указания к изучению темы

Литература: [2] § 5.5.

Центральные вопросы темы: Общий принцип построения доверительных интервалов.

Контрольные вопросы:
7.1. Общее понятие доверительного интервала для точечных оценок.

7.2. Роль выборочных функций в построении доверительных интервалов.
7.3. Что необходимо знать для построения доверительного интервала?
7.4. Как доверительный интервал определяет точность оценки?
7.5. Связь доверительного интервала, точности и объема информации.

Тема 8.

Регулирование качества технологических процессов на основе текущего контроля. Доверительные интервалы – основа метода контрольных карт. Распространенные виды контрольных карт. Приемочный контроль. Однократные и многократные выборки. Два уровня качества.

Методические указания к изучению темы

Литература: [2] § 5.8.

Центральные вопросы темы: Статистические основы метода контрольных карт.

Контрольные вопросы:

8.1 Что лежит в основе метода контрольных карт?
8.2. Что такое контрольная карта?
8.3. Какой контроль позволяют осуществлять контрольные карты?
8.4. Какой метод лежит в основе приемочного контроля?
8.5. Какие уровни качества лежат в основе определения приемочного числа?

Тема 9.

Необходимость и возможность проверки гипотез в статистическом анализе. Виды критериев. Параметрические критерии. Значение функции правдоподобия при проверке гипотез. 4 возможных исхода. Уровень значимости. 4 вида альтернативных гипотез и их графическая интерпретация. Алгоритм проверки статистических гипотез. Прием последовательного анализа. Критерий Вальда. Непараметрические критерии. Критерий знаков. Критерий К. Пирсона χ^2.

Методические указания к изучению темы

Литература: [2] § 5.6.

Центральные вопросы темы: Общий принцип проверки гипотез.

Контрольные вопросы:

9.1. Что может и чего не может сделать статистическая проверка гипотез?
9.2. Для чего служит проверка статистических гипотез?
9.3. Что такое параметрические критерии?
9.4. Для чего применяются параметрические критерии?
9.5. Что необходимо знать для проверки параметрического критерия?
9.6. Роль функции правдоподобия в проверке гипотез.
9.7. Что такое ошибка I рода?
9.8 Что такое ошибка II рода?

9.9. Какой вывод следует сделать, если выборочная оценка попадает в область малого правдоподобия?
9.10. Какой вывод следует сделать, если выборочная оценка попадает в область большого правдоподобия?
9.11. Понятие альтернативной гипотезы?
9.12. Виды альтернативных гипотез.
9.13. Что такое непараметрические критерии?
9.14. Что является основной задачей непараметрических критериев?
9.15. Основная идея критерия знаков.
9.16. Смысловое содержание критерия согласия К. Пирсона.

Раздел 2. Прикладные возможности многофакторного статистического анализа

Тема 10.

Объект исследования. Термины. Виды задач изучения многофакторных систем. Назначение статистического анализа. Задачи статистического анализа. Многовариантность элементов статистического анализа. Анализ ковариации для двух случайных величин. Соотношение зависимости и коррелированности. Коэффициент корреляции как оценка связи факторов. Корреляционная модель. Корреляционный анализ. Оценка тесноты связи факторов. Алгоритм корреляционного анализа.

Методические указания к изучению темы

Литература: [2] § 6.1, 6.2.

Центральные вопросы темы: Смысл среднеквадратического отклонения и коэффициента корреляции. Коэффициент корреляции как оценка связи факторов. Корреляционная модель.

Контрольные вопросы:

10.1. Основные вопросы, решаемые статистическим анализом.
10.2. Прикладной смысл среднего квадратического отклонения и коэффициента корреляции.
10.3. Ковариация как характеристика тенденции связи случайных величин.
10.4. Какой характер имеет соотношение коррелированности с зависимостью?
10.5. Основная задача корреляционного анализа.
10.6. Основная задача регрессионного анализа.
10.7. Основная задача конфлюэнтного анализа.
10.8. Основная задача дисперсионного анализа.
10.9. О чем свидетельствует близость нулю коэффициента корреляции?
10.10. О чем свидетельствует близость единице коэффициента корреляции?
10.11. Две оценки тесноты связи случайных величин.
10.12. Структура корреляционного отношения.

Тема 11.

Основная идея дисперсионного анализа (без упоминания конфлюэнтного анализа). Существенные предположения дисперсионного анализа. Однофакторный эксперимент. Разбиение дисперсионной суммы и дисперсии. Основное уравнение дисперсионного анализа. Критерий Р. Фишера. Пример. Многофакторные дисперсионные модели. Обеспечение предположений дисперсионного анализа. Алгоритм дисперсионного анализа.

Методические указания к изучению темы

Литература: [2] § 6.3.

Центральные вопросы темы: Разбиение дисперсии. Критерий Фишера.

Контрольные вопросы:

11.1. В чем заключается основная идея дисперсионного анализа?

11.2. Существенные предположения дисперсионного анализа.

11.3. На какие части можно разбить дисперсию результатов однофакторного эксперимента?

11.4. Что характеризует остаточная дисперсия?

11.5. Что характеризует межгрупповая дисперсия?

11.6. Какой вывод можно сделать из сравнения составляющих дисперсий?

11.7. Как проверяется условие независимости факторов?

11.8. Какой критерий лежит в основе оценки влиянии исследуемого фактора?

11.9. Как обеспечивается близость распределения исследуемых факторов нормальному распределению?

Тема 12.

Понятие о регрессионном анализе. Алгоритм регрессионного анализа. МНК. Полиномиальная регрессия.

Методические указания к изучению темы

Литература: [2] § 6.4.

Центральные вопросы темы: Понятие регрессии. Необходимость учета физических свойств явления.

Контрольные вопросы:

12.1. Что такое линия регрессии?

12.2. Из каких соображений выбирается вид линии регрессии?

12.3. Для чего нужна проверка гипотезы о равенстве нулю коэффициента корреляции?

12.4. Каким методом находятся параметры линии регрессии?

12.5. Частным случаем какого метода является метод наименьших квадратов?

12.6. Какой физический смысл имеет метод наименьших квадратов?

12.7. Что характеризуют частные дисперсии, исследуемые при построении линии регрессии?

Тема 13.

Пример регрессионного анализа. Замечания. Примеры решения реальных задач. Представление параметров в конфлюэнтном анализе.

Методические указания к изучению темы

Литература: [2] § 6.4, 6.5.

Центральные вопросы темы: Вид представления параметров в конфлюэнтном анализе.

Контрольные вопросы:

13.1. Какие компоненты определяют связь факторов в конфлюэнтном анализе?

13.2. Каково математическое ожидание у стохастических компонент?

Раздел 3. Планирование эксперимента

Тема 14.

Сложные системы. Место эксперимента. Терминология теории эксперимента. Проблемы постановки эксперимента. Принципы планирования эксперимента. Цель планирования эксперимента. Пример выгоды планирования эксперимента.

Методические указания к изучению темы

Литература: [2] § 7.1, 7.2.

Центральные вопросы темы: Основные термины и понятия теории эксперимента. Принципы планирования экспериментов.

Контрольные вопросы:

14.1. Определение эксперимента.

14.2. Для чего предназначен эксперимент?

14.3. Определение опыта.

14.4. Что такое активный и пассивный эксперименты?

14.5. Определение плана эксперимента.

14.6. Какие факторы задаются в плане эксперимента?

14.7. Смысловое содержание дисперсионной модели.

14.8. Смысловое содержание регрессионной модели.

14.9. Что такое планирование эксперимента?

14.10. В чем состоит принцип отказа от полного перебора?

14.11. В чем состоит принцип последовательного планирования?

14.12. В чем состоит принцип сопоставления с шумом?

14.13. В чем состоит принцип рандомизации?

14.14. В чем состоит принцип оптимальности плана?

14.15. Цель планирования эксперимента.

Тема 15.

Рандомизация. Полный план, сбалансированный, блочный, латинские квадраты. Подходы к планированию объема эксперимента. Пример решения практической задачи.

Методические указания к изучению темы

Литература: [2] § 7.2, 7.3.

Центральные вопросы темы: Назначение плана эксперимента. Центральные вопросы темы: Простейшие и "качественные" приемы предварительного планирования объема эксперимента.

Контрольные вопросы:

15.1. Каким условиям должна удовлетворять информация, полученная в результате правильно спланированного эксперимента?

15.2. Как можно управлять эффективностью экспериментальных оценок?

15.3. Общий вид латинских квадратов.

15.4. Использование среднего квадратического отклонения для планирования объема эксперимента.

15.5. Использование доверительного интервала для планирования объема эксперимента.

15.6. Использование статистических критериев для планирования объема эксперимента.

Тема 16.

Пример плана однофакторного эксперимента для дисперсионного анализа. Выявление влияния фактора с помощью дисперсионного анализа. Пример неполноблочного сбалансированного плана двухфакторного четырехуровневого эксперимента.

Методические указания к изучению темы

Литература: [2] § 7.4, 7.5.

Центральные вопросы темы: План линейного однофакторного эксперимента для дисперсионного анализа. Неполноблочный сбалансированный план линейного двухфакторного двухуровневого эксперимента.

Контрольные вопросы:

16.1. Суть однофакторного эксперимента.

16.2. Типовая гипотеза однофакторного эксперимента.

16.3. Вид дисперсионной математической модели однофакторного эксперимента.

16.4. На какие составляющие разбивается дисперсия результатов однофакторного эксперимента?

16.5. Чем оценивается значимость исследуемого фактора?

16.6. Что такое полный факторный эксперимент?

16.7. Что такое полный план?

16.8. Суть двухфакторного эксперимента.

16.9. Типовая гипотеза двухфакторного эксперимента.

16.10. Вид дисперсионной математической модели двухфакторного эксперимента.
16.11. Понятие полных и неполных блоков плана.
16.12. Что такое сбалансированные блоки?

Тема 17.

Пример модели и планов трехфакторного четырехуровневого эксперимента. План трехфакторного двухуровневого эксперимента. Свойства плана: симметричность, нормированность, ортогональность, насыщенность. Насыщенность, ненасыщенность и сверхнасыщенность в связи с регрессионной моделью. Матрица Адамара.

Методические указания к изучению темы

Литература: [2] § 7.6.

Центральные вопросы темы: Свойства плана: полнота, насыщенность, симметричность, нормированность, ортогональность.

Контрольные вопросы:

17.1. Типовая гипотеза трехфакторного эксперимента.
17.2. Вид дисперсионной математической модели трехфакторного эксперимента.
17.3. План линейного трехфакторного двухуровневого эксперимента.
17.4. Что такое симметричность плана?
17.5. Что такое условие нормировки плана?
17.6. Что такое ортогональность плана?
17.7. Что такое насыщенность плана?

Тема 18.

Построение полного плана. Правило. Расширение регрессионной модели в нелинейный вид. Свойства расширенного плана. Интерпретация расширенной нелинейной регрессии как линейной. Дробные планы. Способ построения ортогональных дробных планов. Дополнение до полного плана.

Методические указания к изучению темы

Литература: [2] § 7.7.

Центральные вопросы темы: Способ построения полных планов. Дробные планы. Способ построения дробных планов.

Контрольные вопросы:

18.1. Что такое ненасыщенный и сверхнасыщенный планы?
18.2. Правило для построения полного плана.
18.3. Связь полноты плана с моделью.
18.4. Для чего служат дробные планы?
18.5. Каким условиям должен удовлетворять дробный план?
18.6. Правило для построения дробного плана.

Тема 19.

Способ построения неортогональных планов. Особые методы планирования эксперимента. Метод главных компонент. Факторный анализ.

Методические указания к изучению темы

Литература: [2] глава 8.

Центральные вопросы темы: Основная идея метода главных компонент. Основная идея факторного анализа. Понятие о методах экспертных оценок.

Контрольные вопросы:

19.1. Основная идея метода главных компонент.
19.2. Основная цель метода главных компонент.
19.3. На основе какого свойства факторов метод главных компонент позволяет выбрать исследуемые факторы?
19.4. На чем основан метод главных компонент?
19.5. Основная идея факторного анализа.
19.6. Основная цель факторного анализа.
19.7. На основе какого свойства факторов факторный анализ позволяет выбрать исследуемые факторы?
19.8. Вопросы, решаемые методами экспертных оценок.
19.9. Основные показатели результатов экспертных оценок.

8. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Согласно рабочей программе дисциплины лабораторный практикум состоит из четырех лабораторных работ, выполняемых на компьютерах студентами в индивидуальном порядке.

Программное обеспечение работает в диалоге – внимательно следуйте подсказкам на экране. В случае появления непонятных сообщений следует немедленно обратиться к преподавателю, ведущему занятия.

Ввести число – означает набрать с клавиатуры число в предписанном формате **И** нажать клавишу "Enter" ("Ввод").

НАЖАТЬ КЛАВИШУ – означает только ОДНО это действие.

В режиме просмотра текста или результатов листание осуществляется клавишами "PgUp" и "PgDn" или "↑" и "↓". Для окончания просмотра следует нажать клавишу "F10" или "Esc".

Все результаты выполнения лабораторной работы высвечиваются на экране, а также записываются в файл "labrez.dat", который можно просмотреть после выхода из расчетной части работы. Продолжение расчетов после выхода невозможно, поэтому ВСЮ ПРОГРАММУ расчетов надо выполнить за один вход в расчетную часть.

8.1. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

Гладкая аппроксимация экспериментальной зависимости

Цель лабораторной работы: выбор наилучшей аппроксимации экспериментальной поляры самолета Ту-134А полиномами (многочленами) 2-й, 3-й и 4-й степени.

Теоретические основы

Аппроксимация функции – это приближенная замена заданной сложной функциональной зависимости более простой функцией: алгебраическим полиномом (многочленом), тригонометрическим полиномом, или какой-либо другой функцией, которую можно построить с помощью метода наименьших квадратов. Но в любом случае подбор подходящего класса (вида) функциональной зависимости осуществляется исходя из ФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ аппроксимируемой зависимости.

Метод наименьших квадратов основан на отыскании таких значений параметров **a** функциональной зависимости $\varphi(x,\mathbf{a})$ заданного вида, которые минимизируют величину суммы квадратов отклонений вычисленных значений функции от соответствующих наблюдаемых значений:

$$\sum_{i=1}^{N}\left[y_i-\varphi(x_i,\mathbf{a})\right]^2\rightarrow\min .$$

Поэтому все параметры a_j функции $\varphi(x,\mathbf{a})$ определяются из условия минимума функции нескольких аргументов, т.е. из системы уравнений:

$$\sum_{i=1}^{N}\left[y_i-\varphi(x_i,\mathbf{a})\right]\cdot\frac{\partial\varphi}{\partial a_j}=0,\qquad j=0,1,2,\ldots,m .$$

В важном частном случае полиномиальной аппроксимации (многочленами)

$$y=\varphi(x,\mathbf{a})=a_0+a_1x+a_2x^2+\ldots+a_mx^m=\sum_{j=0}^{m}a_jx^j$$

в результате несложных преобразований получается "система нормальных уравнений метода наименьших квадратов":

$$\sum_{j=0}^{m}a_j\cdot\sum_{i=1}^{N}x_i^{j+k}=\sum_{i=1}^{N}y_ix_i^k,\qquad k=0,1,2,\ldots,m.$$

которая в развернутом виде выглядит следующим образом:

$$\begin{cases}
a_0\cdot N & +a_1\cdot\sum\limits_{i=1}^{N}x_i & +a_2\cdot\sum\limits_{i=1}^{N}x_i^2 & +\ldots & +a_m\cdot\sum\limits_{i=1}^{N}x_i^m & =\sum\limits_{i=1}^{N}y_i\\
a_0\cdot\sum\limits_{i=1}^{N}x_i & +a_1\cdot\sum\limits_{i=1}^{N}x_i^2 & +a_2\cdot\sum\limits_{i=1}^{N}x_i^3 & +\ldots & +a_m\cdot\sum\limits_{i=1}^{N}x_i^{m+1} & =\sum\limits_{i=1}^{N}y_ix_i\\
. & . & . & . & . & .\\
+a_0\cdot\sum\limits_{i=1}^{N}x_i^m & +a_1\cdot\sum\limits_{i=1}^{N}x_i^{m+1} & +a_2\cdot\sum\limits_{i=1}^{N}x_i^{m+2} & +\ldots & +a_m\cdot\sum\limits_{i=1}^{N}x_i^{2m} & =\sum\limits_{i=1}^{N}y_ix_i^m
\end{cases}$$

Таким образом, задача аппроксимации, например, экспериментальной зависимости полиномом m-ой степени сводится к решению системы неоднородных линейных алгебраических уравнений с m+1 неизвестными коэффициентами полинома.

Полярой самолета называется графическое изображение взаимной зависимости коэффициента аэродинамической подъемной силы c_{ya} и коэффициента аэродинамического лобового сопротивления c_{xa} (рис. 1). Поляра характеризует летные качества самолета и имеет некоторые характерные свойства.

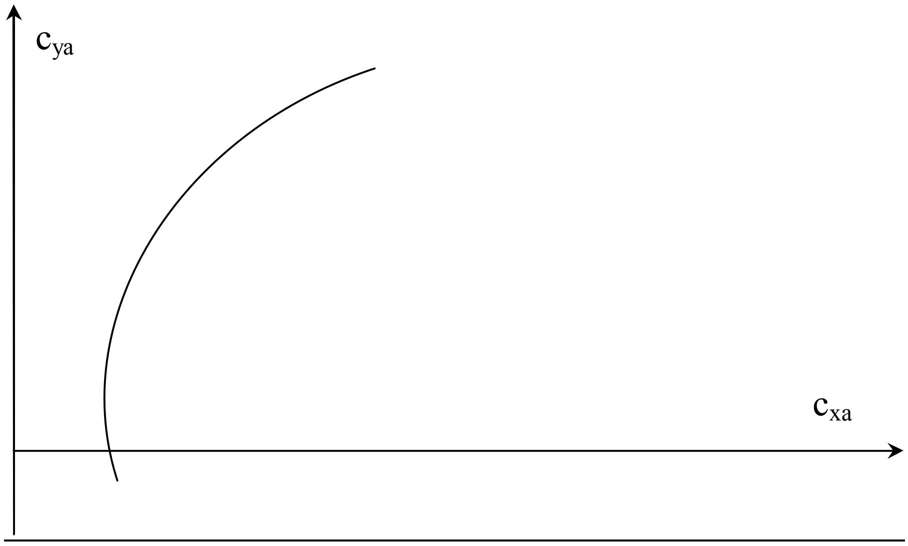


Рис. 1.

Во-первых, поляра – выпуклая кривая, т.е. у нее нет точек перегиба. Во-вторых, у нее есть точка минимального значения c_{xa}. Эту точку аэродинамики-экспериментаторы называют "носиком поляры".

Наличие минимального значения c_{xa} означает возможность использовать соответствующую ориентацию самолета относительно воздуха для того, чтобы производить полет на выгодном режиме с минимальным сопротивлением. Обычно такой режим близок к крейсерскому, совершаемому на большой высоте с большой скоростью V. Большая скорость полета соответствует большому значению числа Маха $M = \frac{V}{a}$, где a – скорость звука.

Однако основным условием полета самолета на любых режимах является уравновешивание веса подъемной силой Y_a, рассчитываемой в аэродинамике по следующей формуле:

$$mg = Y_a = c_{ya}\frac{\rho V^2}{2}S,$$

где mg – вес самолета, S – площадь крыла, ρ – плотность воздуха. Поэтому для того, чтобы летать на выгодных режимах с минимальным c_{xa}, необходимо иметь достаточное для выбранной скорости полета положительное значение c_{ya}. Так как крейсерский полет совершается на большой скорости, то "носик поляры" располагается при небольших значениях коэффициента подъемной силы c_{ya}.

Экспериментальная поляра самолета получается продувками модели в аэродинамической трубе. В каждой продувке после вывода установки на режим заданного числа Маха замеры сил производятся на всех возможных углах атаки модели. В реальном полете далеко не весь этот диапазон может быть реализован. Так, например, при больших числах Маха (при большой скорости полета) нельзя реализовать большие значения коэффициента подъемной силы c_{ya}, так как возникающая при этом большая подъемная сила (больше веса) создает большую перегрузку, угрожающую разрушением конструкции самолета. При малых числах Маха невозможен полет на малых c_{ya}, так как недостаток подъемной силы приведет к падению самолета. Поэтому для расчетов используется лишь та часть полученного в экспериментах диапазона значений коэффициента подъемной силы c_{ya}, которая соответствует числу Маха.

Таким образом, аппроксимация экспериментальной поляры, призванная играть роль модели, **ДОЛЖНА ОБЛАДАТЬ ВСЕМИ НЕОБХОДИМЫМИ ХАРАКТЕРНЫМИ СВОЙСТВАМИ ПОЛЯРЫ ЛИШЬ В ТОЙ ЧАСТИ, ДЛЯ КОТОРОЙ ОНА СЛУЖИТ.**

Программное обеспечение

Лабораторная работа № 1 выполняется с помощью учебной программы, реализующей метод наименьших квадратов для отыскания коэффициентов аппроксимирующего полинома 2-й, 3-й и 4-й степеней по "экспериментальной" зависимости.

Порядок выполнения работы

1) С помощью программы получить результаты аппроксимации поляры самолета Ту-134А полиномами 2-й, 3-й и 4-й степени.

2) Проанализировать пригодность каждой из них с точки зрения физичности отображаемой зависимости, свойств аппроксимирующей зависимости и точности приближения. При этом обратить внимание на:

– диапазон эксплуатационных значений c_{ya} (оценивается по числу М и составляет не менее 6 точек из представленной таблицы – сверху, снизу или в середине);

– положение точек перегиба на аппроксимациях;

– положение точек экстремумов на аппроксимациях;

– положение экстремума на экспериментальной поляре;

– погрешности аппроксимации;

– простоту расчетов аппроксимирующего многочлена.

3) Оценить степень достоверности отдельных точек в экспериментальной зависимости (например, если для всех полиномов погрешность высока – более

5 % – и имеет один знак, то доверие к такой экспериментальной точке невелико, и на ее основе делать выводы не следует).

4) Определить наиболее приемлемую по совокупности качеств аппроксимацию и предложить аргументированное обоснование.

Форма отчетности: итоговая таблица аппроксимации НА ЭКРАНЕ ДИСПЛЕЯ и устные аргументированные выводы по результатам анализа приближения.

8.2. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

Дисперсионный анализ результатов измерений

Цель лабораторной работы: проведение дисперсионного анализа результатов дефектоскопии размера трещины с целью выявления ее роста в течение срока эксплуатации.

Теоретические основы

После обнаружения трещины в некотором силовом элементе планера самолета проводятся плановая ее дефектоскопия после каждых 2 посадок. В данной лабораторной работе таких плановых работ проводится 9 ($k = 9$), характеризующих фактор времени. Каждый раз замеры трещины проводятся 5-кратно (все $N_i = n = 5$) для определения среднего значения. Результаты приводятся к начальному размеру трещины, т.е. фиксируются относительные значения размера трещины.

Для эксплуатации ЛА важно знать, растет ли со временем трещина. Если роста сверх допустимого размера нет, то эксплуатация безопасна. Если рост заметен, то при достижении трещиной определенного размера необходимо проводить ремонтные работы. Непосредственно по результатам замеров установить факт роста трещины на практике чрезвычайно трудно. Это объясняется значительной погрешностью приборов и слабой скоростью развития трещины. Поэтому необходимо проведение статистического анализа.

Дисперсия некоторого объема данных характеризует разброс, "размазанность" значений вокруг среднего. Поэтому выявление факта зависимости результатов такого однофакторного эксперимента от исследуемого фактора (числа посадок) осуществляется с помощью дисперсионного анализа. Для этого результаты замеров располагают в виде матрицы $\left(y_{ij}\right)$, где каждая строка соответствует определенному циклу замеров (после 2, после 4 и т.д. посадок), а номер позиции в строке соответствует порядковому номеру единичного замера из 5 в цикле.

По элементам этой матрицы рассчитываются частные дисперсии: МЕЖГРУППОВАЯ, отражающая разброс средних (по циклам замеров) экспериментальных данных между собой из-за **влияния исследуемого фактора**:

$$s_A^2 = \frac{n}{k-1}\sum_{i=1}^{k}(\overline{y}_i - \overline{\overline{y}})^2,$$

и ОСТАТОЧНАЯ, отражающая разброс результатов единичных опытов вокруг средних по циклам экспериментальных данных каждого цикла, обусловленная **неконтролируемой погрешностью эксперимента**:

$$s_0^2 = \frac{1}{k(n-1)} \cdot \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{k}(y_{ij} - \overline{y}_i)^2 .$$

Оценку значимости исследуемого фактора (времени эксплуатации) получают с помощью критерия Фишера для сравнения двух дисперсий при заданном уровне значимости α:

– если межгрупповая дисперсия ЗНАЧИМО БОЛЬШЕ остаточной:

$$\frac{s_A^2}{s_0^2} > F_{1-\alpha}[k-1, k(n-1)],$$

то влияние фактора существенно и его необходимо учитывать;

– если межгрупповая дисперсия ЗНАЧИМО МЕНЬШЕ остаточной:

$$\frac{s_0^2}{s_A^2} > F_{1-\alpha}[k(n-1), k-1],$$

то влияние фактора несущественно и им можно пренебречь;

– в остальных случаях, когда нельзя говорить о ЗНАЧИМОМ превосходстве одной из дисперсий над другой, влияние исследуемого фактора сравнимо с погрешностью эксперимента или влиянием неучтенных факторов, поэтому конкретный вывод невозможен.

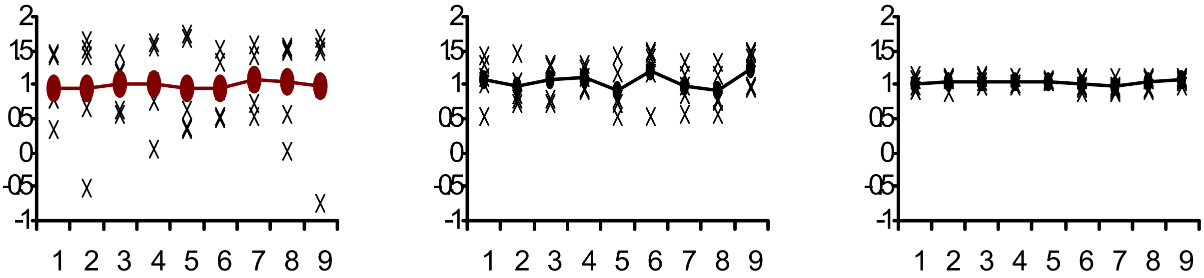
Значимое превосходство одной из дисперсий определяется с помощью таблицы распределения Фишера, в которой приведены критические значения ОТНОШЕНИЯ БОЛЬШЕЙ ДИСПЕРСИИ К МЕНЬШЕЙ для уровня значимости 0,01 и двух чисел степеней свободы f_1 и f_2. Для межгрупповой дисперсии число степеней свободы определяется величиной (k – 1), а для остаточной – величиной k·(n – 1). Таким образом, о значимом превосходстве одной из дисперсий можно говорить, когда соответствующее их расчетное отношение превышает критическое, определенное по таблице распределения Фишера.

Таблица критических значений распределения Фишера

f_2 – число степеней свободы для меньшей дисперсии	f_1 – число степеней свободы для большей дисперсии	
	8	36
8	6,03	5,15
36	3,04	2,21

На рис. 2 показаны примеры различных случаев экспериментальных данных, характеризующихся различными соотношениями дисперсий. По оси абсцисс отложены лишь **номера** уровней исследуемого входного фактора, но не его физическая величина – так обычно строятся исследования в дисперсионном анализе, чтобы не привносить лишней информации.

Основываясь лишь на зрительном восприятии этого рисунка, нельзя сказать, существует ли зависимость функции, отложенной по ординате, от параметра, отложенного по абсциссе. Этого нельзя сказать даже в том случае, если расположить очередность уровней исследуемого входного фактора в порядке возрастания частных средних, соответствующих этим уровням, которые на рисунке обозначены кружочками и соединены сплошной линией. Несмотря на это дисперсионный анализ позволяет сделать достаточно уверенный вывод о влиянии исследуемого входного фактора на выходной.



а б в

Рис. 2.

В случае "а" бóльшая дисперсия – остаточная (внутренняя): $\dfrac{s_0^2}{s_A^2} = 8{,}07 > F_{1-\alpha}(N-k, k-1) = 5{,}15$, что свидетельствует о значительном влиянии **неучтенных** факторов, которые "забивают" возможную зависимость от исследуемого входного фактора. В этих условиях естественно считать эту зависимость несущественной. В случае "б" больше уже межгрупповая дисперсия, но отношение дисперсий не достигает критического значения по критерию Фишера: $\dfrac{s_A^2}{s_0^2} = 1{,}21 < F_{1-\alpha}(k-1, N-k) = 3{,}04$, следовательно, сделать уверенный вывод о влиянии или невлиянии исследуемого входного фактора нельзя. В случае "в" межгрупповая дисперсия не только больше, но и **значимо** больше остаточной: $\dfrac{s_A^2}{s_0^2} = 9{,}02 > F_{1-\alpha}(k-1, N-k) = 3{,}04$, поэтому необходимо сделать вывод о существенности влиянии исследуемого входного фактора.

Программное обеспечение

Лабораторная работа № 2 выполняется с помощью имитатора результатов дефектоскопии. Он позволяет:

– сымитировать данные замеров трещины;
– вычислить средние значения замеров в цикле дефектоскопии;
– вычислить межгрупповую и остаточную дисперсии;
– вычислить их отношения друг к другу.

Порядок выполнения работы

1) Получить с помощью расчетной части программы результаты замеров и их обработки.

2) Выявить бóльшую дисперсию и выписать в отчет соответствующее отношение дисперсий (большее 1).

3) Определить числа степеней свободы для каждой из полученных дисперсий.

4) По таблице, приведенной в описании лабораторной работы, найти критическое значение критерия Фишера.

5) Обосновать вывод о наличии или отсутствии роста трещины.

Форма отчетности: формулы для межгрупповой и остаточной дисперсий; числа степеней свободы межгрупповой и остаточной дисперсий; выражение критерия Фишера и числовые значения его частей; вывод о наличии или отсутствии роста трещины.

8.3. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

Изучение структуры неполных планов

Цель лабораторной работы: осмысление приемов построения неполных планов для обеспечения их ортогональности.

Порядок выполнения работы

Работа проводится на примере контрольного домашнего задания.

Отчетность не требуется.

8.4. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

Ознакомление с программой GARLINA для приема зачета

Цель лабораторной работы: Ознакомиться и отработать навыки работы с программой GARLINA для приема зачета.

Порядок выполнения работы

Работа проводится в компьютерном классе в режиме, имитирующем зачет.

Отчетность не требуется.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ

К задаче № 1. Требуется разработать контрольную карту средних значений контролируемого параметра $\overline{x}$, определяемых по данным N = 5 замеров, для текущего контроля качества технологического процесса. Нижнюю и верхнюю контрольные границы определить по значениям соответствующих уровней значимости (вероятностей ошибок I рода в нижнюю и верхнюю стороны): $\alpha^- = 0{,}11$ и $\alpha^+ = 0{,}105$. Номинальное значение контролируемого параметра составляет: $a = 0{,}0450$, а среднее квадратическое отклонение: $\sigma = 0{,}02$.

В основе разработки контрольных карт ([2] § 5.8) для $\overline{x}$ лежат доверительные интервалы с опорной точкой в a и определяемые заданной доверительной вероятностью γ:

$$P\{a - \delta^- < \overline{x} < a + \delta^+\} = \gamma .$$

Преобразуем это выражение, вычтя из всех трех частей неравенства величину a и поделив полученное на $\sigma / \sqrt{N}$:

$$P\left\{-\frac{\delta^-}{\sigma}\sqrt{N} < \frac{\overline{x} - a}{\sigma}\sqrt{N} < \frac{\delta^+}{\sigma}\sqrt{N}\right\} = \gamma .$$

В нашем несимметричном случае, когда заданы вероятности ошибок в каждую сторону, следует строить доверительный интервал из двух неравных частей:

$$P\left\{-\frac{\delta^-}{\sigma}\sqrt{N} < \frac{\overline{x} - a}{\sigma}\sqrt{N} < 0\right\} = \gamma^- \text{ и } P\left\{0 < \frac{\overline{x} - a}{\sigma}\sqrt{N} < \frac{\delta^+}{\sigma}\sqrt{N}\right\} = \gamma^+ ,$$

где $\gamma^- + \gamma^+ = \gamma$. Вероятность ошибки I рода в нижнюю сторону представляет собой вероятность **не**попадания в левый доверительный полуинтервал $\alpha^- = 0{,}5 - \gamma^-$, откуда $\gamma^- = 0{,}5 - \alpha^- = 0{,}39$. Аналогично: $\gamma^+ = 0{,}5 - \alpha^+ = 0{,}395$.

Как известно ([2] § 5.4), выборочная функция $\frac{\overline{x} - a}{\sigma}\sqrt{N}$ распределена по нормированному нормальному закону, что позволяет для вычисления вышеуказанных вероятностей попадания в интервал использовать функцию Лапласа, таблица которой приведена в разделе 11. С помощью этой таблицы по известным значениям функции (вероятностям $\gamma^- = 0{,}39$ и $\gamma^+ = 0{,}395$) найдем значения аргумента:

$$u_{\gamma^-} = -u_{0,5-\alpha^-} = u_{0,39} = -\frac{\delta^-}{\sigma}\sqrt{N} = -1{,}23 \text{ и } u_{\gamma^+} = -u_{0,5-\alpha^+} = u_{0,395} = \frac{\delta^+}{\sigma}\sqrt{N} = 1{,}25 .$$

Отсюда, вычисляя δ^- и δ^+, определяем контрольные границы:

$$a - \delta^- = a - 1{,}23\frac{\sigma}{\sqrt{N}} = 0{,}0450 - 0{,}0110 = 0{,}0340 ,$$

$$a+\delta^{+}=a+1{,}25\frac{\sigma}{\sqrt{N}}=0{,}0450+0{,}0112=0{,}0562\,.$$

Таким образом, средняя величина 5 замеров контролируемого параметра должна удовлетворять условию:

$$0{,}0340<\overline{x}<0{,}0562\,.$$

<u>К задаче № 2</u>. Требуется определить необходимый объем летных испытаний для решения вопроса о возможности эксплуатации самолета на аэродроме с располагаемой посадочной дистанцией $L_{а/д}$. Допускается погрешность до $\delta = 50$ м и вероятности: ошибочного отвергания возможности эксплуатации до $\alpha = 0{,}1$ % и ошибочного принятия – до $\beta = 0{,}01$ %. В качестве значения среднеквадратического отклонения величины единичной посадочной дистанции принять $\sigma = 50$ м.

I способ – с помощью одностороннего доверительного интервала ([2] § 7.3). Так как отклонения значений посадочной дистанции в меньшую сторону для целей нашей практической задачи несущественны, то достаточно построить **односторонний** доверительный интервал: от $-\infty$ до $L_{а/д}$. Не входящая в него часть числовой оси правее $L_{а/д}$ представляет собой область риска принять неверное решение. Т.е. вероятность попадания истинного значения посадочной дистанции в эту область не должна превышать $\alpha = 0{,}1$ %. В предположении, что центр распределения находится левее $L_{а/д}$ на величину допускаемой погрешности 50 м: $a_0 = L_{пос} = L_{а/д} - \delta$, среднее арифметическое значение $\overline{L}$ посадочных дистанций при N посадках должно удовлетворять условию:

$$P\left\{\overline{L}>a_0+\delta=L_{а/д}\right\}=\alpha=0{,}001.$$

После простых преобразований дополнительная к этой вероятность:

$$P\left\{\frac{\overline{L}-a_0}{\sigma}\sqrt{N}<\frac{\delta}{\sigma}\sqrt{N}\right\}=1-\alpha=0{,}999=$$

$$=P\left\{\frac{\overline{L}-a_0}{\sigma}\sqrt{N}<0\right\}+P\left\{0<\frac{\overline{L}-a_0}{\sigma}\sqrt{N}<\frac{\delta}{\sigma}\sqrt{N}\right\}=0{,}5+0{,}5-\alpha=0{,}5+0{,}499$$

с помощью таблицы функции Лапласа (раздел 11) по значению функции $0{,}5-\alpha=0{,}499$ дает значение аргумента:

$$u_{0{,}5-\alpha}=u_{0{,}499}=\frac{\delta}{\sigma}\sqrt{N}>3{,}09,\ \text{т.е.}\ \ N>\frac{3{,}09^2 50^2}{50^2}=9{,}55.$$

Таким образом, при этом способе оценки объема эксперимента необходимо произвести 10 посадок.

II способ – с помощью альтернативной гипотезы вида: H_1: $a = a_1$.

Проанализируем требование точности. Заданная погрешность $\delta = 50$ м может интерпретироваться, как величина уверенного (с некоторой вероятностью)

различения двух значений $L_{пос}$. Тогда в качестве a_1 и a_0 следует рассматривать значения, различающиеся на эту величину: $a_1 = a_0 + \delta$.

Погрешность $\delta = 50$ м, рассматриваемая как расстояние между центрами двух однотипных распределений, выразится суммой расстояний по оси абсцисс до границы критической области x^* от центров a_1 и a_0, т.е. суммой величин:

$$u_{0,5-\alpha} = \frac{x^* - a_0}{\sigma / \sqrt{N}} \quad \text{и} \quad u_{0,5-\beta} = \frac{a_1 - x^*}{\sigma / \sqrt{N}}.$$

Тогда, исключая x^*, можно получить выражения для необходимого объема эксперимента N и вычислить его с помощью Функции Лапласа (раздел 11):

$$N > (u_{0,5-\beta} + u_{0,5-\alpha})^2 \times \frac{\sigma^2}{(a_1 - a_0)^2} = (3{,}72 + 3{,}09) \times \frac{50^2}{50^2} = 46{,}38.$$

Т.е. на практике следовало бы по результатам 47 посадок вычислить среднюю величину посадочной дистанции $\overline{L}$ и принять ее в качестве a_0, выдвинув тем самым гипотезу H_0: $a = a_0$. Если вычисленная после этого граница критической области x^* окажется правее полученной величины $\overline{L}$ и левее $L_{а/д}$, то не будет оснований отвергать гипотезу H_0, т.е. можно разрешить эксплуатацию нового типа самолета на данном аэродроме.

<u>К задаче № 3</u>. Требуется построить дробный план 2^{4-1} четырехфакторного двухуровневого эксперимента.

Для построения дробного плана 2^{f-k} f-факторного эксперимента можно взять полный план (f–k)-факторного эксперимента и добавить k столбцов любых взаимодействий (парных, тройных и т.д.). Такая конструкция обеспечивает ортогональность ([2] § 7.6), т.е. возможность определения всех коэффициентов линейной регрессии.

Полный план можно составлять, руководствуясь следующим правилом, обеспечивающим полный перебор всевозможных комбинаций двух уровней основных факторов (кроме фиктивного x_0, который присутствует во всех опытах). В первом столбце знаки меняют через один. Во втором знаки встречаются парами, т.е. чередуются через 2. В третьем – четверками, чередуясь через 4. Далее, если необходимо – через следующие степени 2. Построенный по этому правилу полный план всегда обладает свойствами симметричности и ортогональности, что проверяется непосредственно.

В таблице 1 показан составленный по этому правилу полный план 2^3 трехфакторного двухуровневого эксперимента.

Для построения дробного плана 2^{4-1} четырехфакторного эксперимента достаточно добавить к этому плану один столбец взаимодействия, например, $x_4 = x_1x_2$, составив его из произведений соответствующих уровней факторов x_1 и x_2. Итоговый дробный план 2^{4-1} четырехфакторного двухуровневого эксперимента приведен в таблице 2.

Таблица 1.

№ опыта	Факторы			
	x_0	x_1	x_2	x_3
1	+1	+1	+1	+1
2	+1	–1	+1	+1
3	+1	+1	–1	+1
4	+1	–1	–1	+1
5	+1	+1	+1	–1
6	+1	–1	+1	–1
7	+1	+1	–1	–1
8	+1	–1	–1	–1
		план		

Таблица 2.

№		Факторы			
№ опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4
1	+1	+1	+1	+1	+1
2	+1	–1	+1	+1	–1
3	+1	+1	–1	+1	–1
4	+1	–1	–1	+1	+1
5	+1	+1	+1	–1	+1
6	+1	–1	+1	–1	–1
7	+1	+1	–1	–1	–1
8	+1	–1	–1	–1	+1

10. ВАРИАНТЫ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ

Задача № 1. Требуется разработать контрольную карту средних значений контролируемого параметра $\overline{x}$, определяемых по данным N = 4 замеров, для текущего контроля качества технологического процесса. Нижнюю и верхнюю контрольные границы определить по значениям соответствующих уровней значимости (вероятностей ошибок I рода в нижнюю и верхнюю стороны): α^- и α^+. Номинальное значение контролируемого параметра составляет a, а дисперсия σ.

Индивидуальные данные варианта составлять следующим образом:
a = 0, последние 3 цифры № зачетки;
σ = 0,0 последняя 1 значащая цифра № зачетки;
α^- = 0,0 последние 2 цифры № зачетки (00 заменять на 10);
α^+ = 0,000 последние 2 цифры № зачетки (00 заменять на 10).

Задача № 2. Требуется **двумя способами (с** помощью одностороннего доверительного интервала и альтернативной гипотезы вида: H_1: a = a_1**)** определить необходимый объем летных испытаний для решения вопроса о возможности эксплуатации самолета на аэродроме с располагаемой посадочной дистанцией $L_{а/д}$. Допускаются погрешность δ и вероятности: ошибочного отвергания возможности эксплуатации до α и ошибочного принятия – до β. В качестве значения среднеквадратического отклонения величины единичной посадочной дистанции принять σ.

Индивидуальные данные варианта выбирать следующим образом:

δ = последняя 1 значащая цифра № зачетки **и 0** (десятки м);

σ = **пред**последняя 1 значащая цифра № зачетки **и 0** (десятки м);

α = 0, последние 2 цифры № зачетки (в **%**) (00 заменять на 10);

β = 0,0 последние 2 цифры № зачетки (в **%**, в 10 раз меньше α) (00 заменять на 10).

Задача № 3. Требуется построить дробный план 2^{f-k} f-факторного двухуровневого эксперимента.

Индивидуальные данные варианта выбирать по таблице:

последняя цифра № зачетки	f	k
0	10	6
1	11	7
2	5	2
3	6	3
4	7	4

последняя цифра № зачетки	f	k
5	5	1
6	6	2
7	7	3
8	8	4
9	9	5

11. ТАБЛИЦА ФУНКЦИИ ЛАПЛАСА

$$\Phi(u)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^u e^{-\frac{t^2}{2}}dt=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^u e^{-\frac{t^2}{2}}dt-0,5$$

u	Φ(u)	u	Φ(u)	u	Φ(u)	u	Φ(u)
0.00	0.0000000	0.40	0.1554217	0.80	0.2881445	1.20	0.3849302
0.01	0.0039894	0.41	0.1590970	0.81	0.2910298	1.21	0.3868604
0.02	0.0079783	0.42	0.1627572	0.82	0.2938918	1.22	0.3887674
0.03	0.0119665	0.43	0.1664021	0.83	0.2967305	1.23	0.3906513
0.04	0.0159534	0.44	0.1700314	0.84	0.2995457	1.24	0.3925122
0.05	0.0199388	0.45	0.1736447	0.85	0.3023373	1.25	0.3943501
0.06	0.0239222	0.46	0.1772418	0.86	0.3051053	1.26	0.3961652
0.07	0.0279032	0.47	0.1808224	0.87	0.3078497	1.27	0.3979575
0.08	0.0318814	0.48	0.1843862	0.88	0.3105702	1.28	0.3997273
0.09	0.0358564	0.49	0.1879330	0.89	0.3132669	1.29	0.4014745
0.10	0.0398278	0.50	0.1914624	0.90	0.3159397	1.30	0.4031994
0.11	0.0437953	0.51	0.1949742	0.91	0.3185886	1.31	0.4049019
0.12	0.0477584	0.52	0.1984681	0.92	0.3212135	1.32	0.4065823
0.13	0.0517168	0.53	0.2019440	0.93	0.3238143	1.33	0.4082407
0.14	0.0556700	0.54	0.2054014	0.94	0.3263911	1.34	0.4098772
0.15	0.0596177	0.55	0.2088402	0.95	0.3289437	1.35	0.4114919
0.16	0.0635595	0.56	0.2122602	0.96	0.3314722	1.36	0.4130849
0.17	0.0674949	0.57	0.2156611	0.97	0.3339766	1.37	0.4146564
0.18	0.0714237	0.58	0.2190426	0.98	0.3364568	1.38	0.4162065
0.19	0.0753454	0.59	0.2224046	0.99	0.3389128	1.39	0.4177354
0.20	0.0792597	0.60	0.2257468	1.00	0.3413446	1.40	0.4192432
0.21	0.0831662	0.61	0.2290690	1.01	0.3437522	1.41	0.4207300
0.22	0.0870644	0.62	0.2323710	1.02	0.3461356	1.42	0.4221960
0.23	0.0909541	0.63	0.2356526	1.03	0.3484949	1.43	0.4236413
0.24	0.0948349	0.64	0.2389136	1.04	0.3508299	1.44	0.4250662
0.25	0.0987063	0.65	0.2421538	1.05	0.3531408	1.45	0.4264706
0.26	0.1025681	0.66	0.2453730	1.06	0.3554276	1.46	0.4278548
0.27	0.1064199	0.67	0.2485710	1.07	0.3576902	1.47	0.4292190
0.28	0.1102612	0.68	0.2517477	1.08	0.3599288	1.48	0.4305632
0.29	0.1140919	0.69	0.2549028	1.09	0.3621433	1.49	0.4318877
0.30	0.1179114	0.70	0.2580362	1.10	0.3643338	1.50	0.4331927
0.31	0.1217195	0.71	0.2611478	1.11	0.3665003	1.51	0.4344781
0.32	0.1255158	0.72	0.2642374	1.12	0.3686430	1.52	0.4357444
0.33	0.1293000	0.73	0.2673048	1.13	0.3707617	1.53	0.4369915
0.34	0.1330717	0.74	0.2703499	1.14	0.3728567	1.54	0.4382197
0.35	0.1368306	0.75	0.2733725	1.15	0.3749279	1.55	0.4394291
0.36	0.1405764	0.76	0.2763726	1.16	0.3769754	1.56	0.4406199
0.37	0.1443087	0.77	0.2793499	1.17	0.3789994	1.57	0.4417923
0.38	0.1480273	0.78	0.2823044	1.18	0.3809997	1.58	0.4429464
0.39	0.1517317	0.79	0.2852360	1.19	0.3829767	1.59	0.4440825

Продолжение таблицы функции Лапласа

u	Φ(u)	u	Φ(u)	u	Φ(u)	u	Φ(u)
1.60	0.4452006	2.05	0.4798177	2.50	0.4937903	2.95	0.4984111
1.61	0.4463009	2.06	0.4803007	2.51	0.4939634	2.96	0.4984618
1.62	0.4473837	2.07	0.4807738	2.52	0.4941322	2.97	0.4985110
1.63	0.4484491	2.08	0.4812372	2.53	0.4942968	2.98	0.4985587
1.64	0.4494973	2.09	0.4816910	2.54	0.4944573	2.99	0.4986051
1.65	0.4505284	2.10	0.4821355	2.55	0.4946138	3.00	0.4986501
1.66	0.4515427	2.11	0.4825708	2.56	0.4947664	3.01	0.4986938
1.67	0.4525402	2.12	0.4829969	2.57	0.4949150	3.02	0.4987361
1.68	0.4535212	2.13	0.4834141	2.58	0.4950600	3.03	0.4987772
1.69	0.4544859	2.14	0.4838226	2.59	0.4952012	3.04	0.4988171
1.70	0.4554344	2.15	0.4842223	2.60	0.4953388	3.05	0.4988558
1.71	0.4563669	2.16	0.4846136	2.61	0.4954729	3.06	0.4988933
1.72	0.4572837	2.17	0.4849965	2.62	0.4956035	3.07	0.4989297
1.73	0.4581847	2.18	0.4853712	2.63	0.4957307	3.08	0.4989650
1.74	0.4590704	2.19	0.4857378	2.64	0.4958547	3.09	0.4989992
1.75	0.4599407	2.20	0.4860965	2.65	0.4959754	3.10	0.4990324
1.76	0.4607960	2.21	0.4864474	2.66	0.4960929	3.11	0.4990646
1.77	0.4616363	2.22	0.4867906	2.67	0.4962074	3.12	0.4990957
1.78	0.4624619	2.23	0.4871262	2.68	0.4963189	3.13	0.4991260
1.79	0.4632729	2.24	0.4874545	2.69	0.4964274	3.14	0.4991553
1.80	0.4640696	2.25	0.4877755	2.70	0.4965330	3.15	0.4991836
1.81	0.4648520	2.26	0.4880893	2.71	0.4966358	3.16	0.4992111
1.82	0.4656204	2.27	0.4883962	2.72	0.4967359	3.17	0.4992378
1.83	0.4663749	2.28	0.4886961	2.73	0.4968333	3.18	0.4992636
1.84	0.4671158	2.29	0.4889893	2.74	0.4969280	3.19	0.4992886
1.85	0.4678431	2.30	0.4892758	2.75	0.4970202	3.20	0.4993129
1.86	0.4685571	2.31	0.4895559	2.76	0.4971099	3.21	0.4993363
1.87	0.4692580	2.32	0.4898295	2.77	0.4971972	3.22	0.4993590
1.88	0.4699459	2.33	0.4900969	2.78	0.4972820	3.23	0.4993810
1.89	0.4706209	2.34	0.4903581	2.79	0.4973646	3.24	0.4994023
1.90	0.4712833	2.35	0.4906132	2.80	0.4974449	3.25	0.4994230
1.91	0.4719333	2.36	0.4908625	2.81	0.4975229	3.26	0.4994429
1.92	0.4725710	2.37	0.4911059	2.82	0.4975988	3.27	0.4994623
1.93	0.4731965	2.38	0.4913436	2.83	0.4976726	3.28	0.4994810
1.94	0.4738101	2.39	0.4915758	2.84	0.4977443	3.29	0.4994991
1.95	0.4744119	2.40	0.4918024	2.85	0.4978140	3.30	0.4995166
1.96	0.4750020	2.41	0.4920237	2.86	0.4978818	3.31	0.4995335
1.97	0.4755807	2.42	0.4922397	2.87	0.4979476	3.32	0.4995499
1.98	0.4761482	2.43	0.4924506	2.88	0.4980116	3.33	0.4995658
1.99	0.4767044	2.44	0.4926563	2.89	0.4980738	3.34	0.4995811
2.00	0.4772498	2.45	0.4928572	2.90	0.4981342	3.35	0.4995959
2.01	0.4777843	2.46	0.4930531	2.91	0.4981928	3.36	0.4996103
2.02	0.4783082	2.47	0.4932443	2.92	0.4982498	3.37	0.4996242
2.03	0.4788217	2.48	0.4934308	2.93	0.4983052	3.38	0.4996376
2.04	0.4793248	2.49	0.4936128	2.94	0.4983589	3.39	0.4996505

Продолжение таблицы функции Лапласа

u	Φ(u)	u	Φ(u)	u	Φ(u)	u	Φ(u)
3.40	0.4996631	3.85	0.4999409	4.30	0.4999915	4.75	0.4999990
3.41	0.4996752	3.86	0.4999433	4.31	0.4999918	4.76	0.4999990
3.42	0.4996869	3.87	0.4999456	4.32	0.4999922	4.77	0.4999991
3.43	0.4996982	3.88	0.4999478	4.33	0.4999925	4.78	0.4999991
3.44	0.4997091	3.89	0.4999499	4.34	0.4999929	4.79	0.4999992
3.45	0.4997197	3.90	0.4999519	4.35	0.4999932	4.80	0.4999992
3.46	0.4997299	3.91	0.4999539	4.36	0.4999935	4.81	0.4999992
3.47	0.4997398	3.92	0.4999557	4.37	0.4999938	4.82	0.4999993
3.48	0.4997493	3.93	0.4999575	4.38	0.4999941	4.83	0.4999993
3.49	0.4997585	3.94	0.4999593	4.39	0.4999943	4.84	0.4999994
3.50	0.4997674	3.95	0.4999609	4.40	0.4999946	4.85	0.4999994
3.51	0.4997759	3.96	0.4999625	4.41	0.4999948	4.86	0.4999994
3.52	0.4997842	3.97	0.4999641	4.42	0.4999951	4.87	0.4999994
3.53	0.4997922	3.98	0.4999655	4.43	0.4999953	4.88	0.4999995
3.54	0.4997999	3.99	0.4999670	4.44	0.4999955	4.89	0.4999995
3.55	0.4998074	4.00	0.4999683	4.45	0.4999957	4.90	0.4999995
3.56	0.4998146	4.01	0.4999696	4.46	0.4999959	4.91	0.4999995
3.57	0.4998215	4.02	0.4999709	4.47	0.4999961	4.92	0.4999996
3.58	0.4998282	4.03	0.4999721	4.48	0.4999963	4.93	0.4999996
3.59	0.4998347	4.04	0.4999733	4.49	0.4999964	4.94	0.4999996
3.60	0.4998409	4.05	0.4999744	4.50	0.4999966	4.95	0.4999996
3.61	0.4998469	4.06	0.4999755	4.51	0.4999968	4.96	0.4999996
3.62	0.4998527	4.07	0.4999765	4.52	0.4999969	4.97	0.4999997
3.63	0.4998583	4.08	0.4999775	4.53	0.4999971	4.98	0.4999997
3.64	0.4998637	4.09	0.4999784	4.54	0.4999972	4.99	0.4999997
3.65	0.4998689	4.10	0.4999793	4.55	0.4999973	5.00	0.4999997
3.66	0.4998739	4.11	0.4999802	4.56	0.4999974		
3.67	0.4998787	4.12	0.4999811	4.57	0.4999976		
3.68	0.4998834	4.13	0.4999819	4.58	0.4999977		
3.69	0.4998879	4.14	0.4999826	4.59	0.4999978		
3.70	0.4998922	4.15	0.4999834	4.60	0.4999979		
3.71	0.4998964	4.16	0.4999841	4.61	0.4999980		
3.72	0.4999004	4.17	0.4999848	4.62	0.4999981		
3.73	0.4999043	4.18	0.4999854	4.63	0.4999982		
3.74	0.4999080	4.19	0.4999861	4.64	0.4999983		
3.75	0.4999116	4.20	0.4999867	4.65	0.4999983		
3.76	0.4999150	4.21	0.4999872	4.66	0.4999984		
3.77	0.4999184	4.22	0.4999878	4.67	0.4999985		
3.78	0.4999216	4.23	0.4999883	4.68	0.4999986		
3.79	0.4999247	4.24	0.4999888	4.69	0.4999986		
3.80	0.4999277	4.25	0.4999893	4.70	0.4999987		
3.81	0.4999305	4.26	0.4999898	4.71	0.4999988		
3.82	0.4999333	4.27	0.4999902	4.72	0.4999988		
3.83	0.4999359	4.28	0.4999907	4.73	0.4999989		
3.84	0.4999385	4.29	0.4999911	4.74	0.4999989		